

THÈSE

Présentée à

L'Université de Valenciennes
et du Hainaut Cambrésis

par

Emmanuel Moulin

pour obtenir le titre de

Docteur en Électronique

*Contribution à l'étude de la génération d'ondes
de Lamb par transducteurs piézoélectriques
intégrés. Application à la modélisation de
matériaux sensibles*

Soutenue le 10 décembre 1999, devant le jury composé de :

D. Royer	Président du jury	Université de Paris VII
J. -L. Izbicki	Rapporteur	Université du Havre
J. -L. Franceschi	Rapporteur	Université de Toulouse
D. Osmont	Examineur	ONERA Châtillon
C. Delebarre	Examineur	Université de Valenciennes
J. Assaad	Examineur	Université de Valenciennes

THÈSE

Présentée à

**L'Université de Valenciennes
et du Hainaut Cambrésis**

par

Emmanuel Moulin

pour obtenir le titre de

Docteur en Électronique

***Contribution à l'étude de la génération d'ondes
de Lamb par transducteurs piézoélectriques
intégrés. Application à la modélisation de
matériaux sensibles***

Soutenue le 10 décembre 1999, devant le jury composé de :

D. Royer	Président du jury	Université de Paris VII
J.-L. Izbicki	Rapporteur	Université du Havre
J.-L. Franceschi	Rapporteur	Université de Toulouse
D. Osmont	Examineur	ONERA Châtillon
C. Delebarre	Examineur	Université de Valenciennes
J. Assaad	Examineur	Université de Valenciennes

J'exprime ma profonde gratitude envers mon directeur de thèse M. Delebarre, qui a défini le cadre de cette étude et qui a su faire en sorte que mon travail se déroule dans les meilleures conditions possibles.

J'adresse mes plus vifs remerciements à M. Assaad, qui a montré le plus vif intérêt pour mon travail et qui m'a fait profiter de son expérience notamment dans les domaines des transducteurs piézoélectriques et de la méthode des éléments finis. Les longues heures de discussion que nous avons eues tout au long de ces trois années ont été pour moi grandement enrichissantes. Qu'il soit ici assuré de ma profonde reconnaissance.

Je tiens à remercier très sincèrement M. Royer de m'avoir fait l'honneur de présider le jury, ainsi que MM. Izbicki et Franceschi d'avoir accepté la fonction de rapporteur.

Je remercie chaleureusement les membres du Département Mécanique du Solide et de l'Endommagement (DMSE) de l'ONERA de Châtillon, et notamment M. Balageas, qui m'a accueilli pendant près d'une année au sein de l'unité de recherche Contrôle-Santé, qu'il dirigeait alors. Je voudrais de plus remercier tout particulièrement M. Osmont, qui a pris le temps de jeter un regard critique sur mon travail et de me faire bénéficier de sa compétence dans les domaines de la mécanique et des simulations numériques, ainsi que M. Taillade, pour le temps qu'il a accepté de passer à réaliser les mesures par shearographie présentées dans cette thèse. Enfin, pour leur accueil, leur intérêt, leurs conseils et leur soutien, je remercie toutes les personnes du DMSE avec lesquelles j'ai été amené à travailler, et en particulier MM. Kaczmarek, Dupont et Gouyon.

Je remercie très sincèrement les membres du Département Opto-Acousto-Électronique (DOAE) de l'IEMN, où s'est déroulée la majeure partie de mon travail, et en particulier MM. Rouvaen, Bruneel et Ourak, pour leurs conseils éclairés et les fructueuses discussions que j'ai pu avoir avec eux. Je tiens à remercier également Melle Cosse, Mmes Bantegnies, Morin et Bruneel, qui m'ont apporté une aide précieuse pour les diverses tâches administratives ou techniques.

Que mes collègues du DOAE, docteurs ou futurs docteurs, trouvent ici l'assurance de ma profonde reconnaissance et de mon amitié. En particulier, je remercie Melle Myrdycz, MM. Demol, Bourasseau, Grondel, Saint-Venant et Blanquet pour les très fructueuses discussions que nous avons pu avoir ensemble, ainsi que pour leur contribution à une ambiance de travail aussi profitable qu'agréable.

Enfin, un énorme merci à Caroline, pour son soutien sans faille et pour avoir supporté mes humeurs parfois changeantes et mon indisponibilité passagère.

Introduction	1
Chapitre 1 Du CND au matériau sensible ; le choix des ondes de Lamb	6
1.1 Évolution du contrôle-santé des matériaux composites	7
1.1.1 Les matériaux composites : avantages et faiblesses	7
a) Définition	7
b) Utilisation et performances.....	8
c) Nécessité du contrôle-santé	9
1.1.2 Contrôle-santé et aspects économiques.....	11
a) Les coûts en aéronautique.....	11
b) Les méthodes actuelles de contrôle des composites et leurs insuffisances.....	12
c) Les techniques émergentes	16
1.1.3 Le contrôle-santé intégré ; notion de matériau sensible	18
a) Cahier des charges pour un système de contrôle-santé intégré.....	18
b) Les techniques candidates.....	19
c) Choix des ondes de Lamb.....	22
1.2 Les ondes de Lamb : aspects théoriques et considérations pratiques	24
1.2.1 Définitions et rappels	24
1.2.2 Les méthodes de calcul des courbes de dispersion.....	26
a) Plaque isotrope dans le vide	26
b) Plaque anisotrope homogène.....	29
c) Plaque anisotrope multicouche.....	33
1.2.3 Les techniques de génération.....	37
a) Les méthodes avec contact	37
b) Les méthodes sans contact.....	40
c) Les techniques courantes de modélisation	43
1.3 Conclusion	45
Chapitre 2 Étude préliminaire : faisabilité pratique et modélisation approchée	47
2.1 Position du problème	48
2.1.1 Objectif de l'étude.....	48

2.1.2	La méthode des éléments finis : notions de base	49
a)	Généralités.....	49
b)	Discrétisation et résolution	51
c)	Prise en compte des pertes.....	53
2.2	Modélisation par la méthode des éléments finis	54
2.2.1	Transducteur dans le vide	54
a)	Description de la modélisation	54
b)	Détermination de l'impédance électrique et interprétations.....	55
c)	Identification des modes de vibration libres	56
2.2.2	Modélisation du comportement du transducteur inséré.....	58
a)	Description et hypothèses simplificatrices.....	58
b)	Influence des conditions d'insertion sur le transducteur	60
2.2.3	Étude du champ acoustique généré dans la plaque.....	62
a)	Interprétation des champs de déplacement calculés	62
b)	Identification des modes	63
2.3	Étude expérimentale	64
2.3.1	Présentation détaillée du spécimen.....	64
2.3.2	Mesures en fréquence	65
a)	Impédance électrique	65
b)	Réponse en fréquence	66
2.3.3	Identification des modes et comparaison avec la modélisation	68
a)	Mesure des ondes de Lamb générées	68
b)	Domaine de validité de la comparaison	69
2.4	Conclusion	70
Chapitre 3 Élaboration d'une méthode de modélisation adaptée		72
3.1	La méthode de développement en modes normaux	73
3.1.1	Principe et relations de base	73
a)	Position du problème	73
b)	Relation de réciprocité complexe	74
c)	Orthogonalité des modes	75
3.1.2	Développement en modes normaux	76

a) Projection dans la base de solutions	76
b) Détermination des amplitudes modales	77
c) Remarque concernant les modes non-propagatifs	78
3.1.3 Calcul du champ acoustique pour chaque mode.....	78
a) But	78
b) Monocouche orthotrope.....	79
c) Multicouche orthotrope.....	83
3.2 Exemples d'application.....	86
3.2.1 Introduction	86
3.2.2 Exemple de l'excitation piston	87
3.2.3 Validation par éléments finis.....	89
3.3 Interfaçage avec la méthode des éléments finis	91
3.3.1 Principe et intérêt	91
3.3.2 Limitation de la réflexion en extrémité de plaque	92
a) Objectif et hypothèses.....	92
b) Détermination de l'atténuateur optimum	93
c) Exemple.....	96
3.3.3 Détermination des termes sources.....	97
3.4 Conclusion.....	99
<i>Chapitre 4 Applications et validation de la méthode</i>	<i>100</i>
4.1 Transducteur mono-élément collé en surface.....	101
4.1.1 Mise en œuvre de la méthode.....	101
a) Expression des solutions.....	101
b) Calcul des contraintes appliquées.....	102
c) Remarques concernant le maillage éléments finis.....	104
4.1.2 Exemple de modélisation.....	105
a) Description du problème.....	105
b) Modalités du calcul	106
c) Validation par éléments finis.....	107
4.1.3 Extrapolation des résultats.....	108
a) Motivation	108

b) Généralisation du comportement de l'atténuateur	108
c) Variations des dimensions du transducteur.....	109
d) Conséquences.....	111
4.2 Transducteur multi-élément en surface	112
4.2.1 Principe de la modélisation.....	112
4.2.2 Cas d'une excitation en phase	114
a) Introduction	114
b) Sélection d'un mode	115
c) Confirmation	116
4.2.3 Cas d'une excitation avec déphasages variables.....	117
a) Principe.....	117
b) Détermination des paramètres optimaux.....	118
c) Confirmation	119
4.3 Transducteur mono-élément inséré dans le volume	120
4.3.1 Principe de la modélisation.....	120
a) Introduction	120
b) Résolution.....	122
4.3.2 Exemple et validation numérique.....	124
a) Présentation du spécimen d'étude	124
b) Validation par éléments finis.....	125
4.3.3 Validation expérimentale.....	126
a) Choix de la méthode de mesure.....	126
b) Principe de la shearographie.....	126
c) Résultats des mesures et comparaison avec la théorie	128
<i>Conclusion et perspectives.....</i>	<i>132</i>
<i>Références Bibliographiques.....</i>	<i>135</i>

Introduction

La santé du secteur aéronautique européen dépend de plus en plus de la place qu'il occupe par rapport à une concurrence mondiale. En effet, le marché intérieur européen étant relativement limité, l'exportation est un élément indispensable à la survie du secteur. Or, la nécessité de tenir sa place sur un marché mondial sous entend un affrontement direct avec la compétition mondiale. En particulier, le secteur aéronautique américain occupant le premier rang mondial, il est le concurrent le plus redoutable. Sans compter que la concurrence américaine doit être combattue jusque sur le terrain même du marché européen.

Peut-être plus encore que dans d'autres domaines de pointe, la recherche est le véritable moteur du secteur aéronautique. Les conditions de sécurité, de résistance des structures et de légèreté, imposées par l'environnement aérien, font qu'une très haute technicité doit en effet être maintenue. Alors que l'industrie aérospatiale européenne doit financer elle-même une part non négligeable de son effort de recherche (au moins 50 %), la recherche aéronautique américaine est pour une très large part (80 à 100 %) financée par son gouvernement. Ce déséquilibre s'avère évidemment assez préjudiciable pour le secteur aéronautique européen.

Depuis quelques années, la Commission Européenne semble toutefois avoir pris conscience de la nécessité de soutenir la recherche aérospatiale. À titre d'illustration, nous donnerons l'exemple significatif du programme européen Brite-Euram III, qui a pour but de soutenir un certain nombre d'initiatives de recherche coopérative en Europe. Une très large partie des fonds distribués par Bruxelles dans le cadre de ce programme est consacrée à des projets en rapport avec des applications aérospatiales ¹. À ce propos, on notera que le travail présenté dans cette thèse a été en partie financé grâce à l'un de ces projets, dénommé MONITOR (Monitoring ON-line Integrated Technologies for Operational Reliability ; Réf BRPR960181), piloté par British Aerospace.

Sous la pression croissante exercée par cette compétition mondiale, les objectifs de la recherche aérospatiale se sont élargis. On ne cherchera plus seulement à améliorer les

performances des appareils, mais aussi de plus en plus à diminuer les coûts sans pour autant altérer le niveau de sécurité. Parmi la multitude des éléments générateurs de coût, auxquels cette nouvelle forme de recherche va s'attaquer, la maintenance des appareils occupe une part non négligeable.

Dans ce domaine, on cherchera ainsi à améliorer les techniques d'inspection afin de diminuer la main d'œuvre et le temps d'immobilisation nécessaires. En particulier, un concept apparu récemment semble être un bon candidat pour réussir le tour de force d'allier, pour l'exploitant, les deux fonctions contradictoires que sont l'accroissement de la sécurité et la baisse des coûts. Il s'agit de la notion de contrôle-santé intégré, qui devrait permettre une surveillance en cours de fonctionnement et en temps réel de l'état d'un appareil. Initié à l'origine, comme nous l'avons dit, dans le cadre de la recherche aéronautique, ce concept semble attirer de plus en plus les acteurs des autres secteurs des transports.

Une des technologies prometteuses est l'utilisation de transducteurs piézoélectriques miniatures intégrés aux matériaux (collés en surface ou insérés dans le volume). Ces transducteurs vont alors générer des ondes de plaque, ou ondes de Lamb, capables de mettre en évidence la présence éventuelle de défauts au sein de la matière ^{2,3}. En réalisant un réseau suffisamment dense de transducteurs insérés, on a l'espoir de pouvoir surveiller de cette façon des parties entières de la coque d'un appareil.

Ce travail de thèse s'inscrit dans la lignée des travaux initiés il y a environ cinq ans au département OAE (Opto-Acousto-Électronique) de l'IEMN (Institut d'Électronique et de Microélectronique du Nord) par T. Demol et P. Blanquet ^{4,5}, et au laboratoire L3C (Laboratoire Capteurs, Caractérisation et Contrôle non destructif), nouvellement DMSE (Département Mécanique du Solide et de l'Endommagement), de l'ONERA par C. Simon ⁶. Ces travaux ont pour finalité le développement d'un système fonctionnel de contrôle-santé intégré basé sur l'utilisation des ondes de Lamb.

Ce problème comportant de multiples facettes, il semble raisonnable de l'aborder par une approche modulaire. Chacun des différents modules peut alors constituer à lui seul un thème de recherche à part entière. Les principaux sont (liste non exhaustive) : technologie de l'intégration des transducteurs ^{5,7}, génération des ondes de Lamb par ces transducteurs

intégrés ^{4,8-10}, propagation des ondes de Lamb dans diverses structures ¹¹, interaction des ondes de Lamb avec les défauts ¹².

Le travail présenté ici s'est donc centré uniquement sur une partie du problème global, qui concerne la génération des ondes de Lamb. En particulier, nous chercherons à élaborer un modèle permettant de prévoir les types d'onde générés dans une plaque, en fonction des diverses caractéristiques du transducteur excitateur intégré. La fonction essentielle de ce modèle sera alors d'apporter une aide à la conception et l'optimisation des transducteurs intégrés.

Le premier chapitre de cette thèse sera consacré en partie à la présentation de quelques notions générales sur le contrôle-santé des matériaux aéronautiques, et plus précisément des composites, qui s'imposent de plus en plus dans ce secteur. Nous verrons notamment les lacunes des méthodes actuelles de contrôle non destructif. Ceci nous amènera à définir le concept de matériau sensible et à considérer les ondes de Lamb comme une des techniques prometteuses permettant la mise en œuvre de ce concept. Nous en viendrons alors logiquement à exposer quelques généralités sur les ondes de Lamb. En particulier, les principales méthodes de génération et les techniques de modélisation associées seront passées en revue. Nous verrons alors que ces techniques ne sont pas transposables directement au cas des matériaux sensibles.

Dans le deuxième chapitre, nous présenterons la modélisation par la méthode des éléments finis (MEF) d'une pastille piézoélectrique destinée à générer des ondes de Lamb dans une plaque composite hôte ⁸. Le comportement de ce transducteur sera calculé tout d'abord dans le vide (transducteur libre), puis dans les conditions d'insertion au sein du matériau. La réponse de la plaque composite à l'excitation provoquée par le transducteur inséré sera également étudiée. Par ailleurs, nous avons étudié un spécimen de première génération, élaboré à partir d'une plaque composite dans laquelle on est venu insérer une pastille piézoélectrique. L'exploitation de ce spécimen a permis d'une part de vérifier expérimentalement la génération effective et efficace d'ondes de Lamb par ce principe, et d'autre part de tester les résultats fournis par le modèle éléments finis. Nous concluons alors que si la MEF permet de traiter avec succès le phénomène de la piézoélectricité, l'utilisation d'une méthode plus adaptée au problème de la détermination des ondes de Lamb dans une plaque d'extension infinie paraît cependant souhaitable.

Ainsi, le troisième chapitre expose les principes d'une méthode de modélisation originale, mieux adaptée au problème considéré. Cette méthode est basée sur une approche couplée éléments finis / développement en modes normaux ⁹. La partie éléments finis a pour fonction le calcul des effets induits au voisinage du transducteur. Ceci est permis grâce à quelques développements supplémentaires, et notamment le recours à un élément atténuateur permettant de limiter les réflexions d'ondes à l'extrémité du maillage éléments finis. Quant au développement en modes normaux, il permet, en fonction des résultats du calcul éléments finis le précédant, de déterminer l'amplitude avec laquelle chaque onde de Lamb est générée dans la plaque.

Dans le quatrième et dernier chapitre, quelques exemples d'applications de la méthode à des cas pratiques seront présentés. Le premier de ces exemples sera celui d'un élément piézoélectrique unique, collé en surface d'une plaque composite. Puis le cas de plusieurs éléments collés en surface sera traité. À cette occasion, nous donnerons des exemples concrets d'optimisation paramétrique des transducteurs ¹⁰. Enfin, l'application à un élément excitateur inséré au sein même de la plaque sera exposée ¹³. Dans chacun de ces cas, une validation par un calcul purement éléments finis est proposée. En outre, dans le cas du transducteur inséré, une validation expérimentale est fournie, grâce à un spécimen de seconde génération. Pour réaliser ce spécimen, beaucoup plus soigné que le premier, l'élément piézoélectrique a été mis en place au cours même de la fabrication du matériau composite.

Chapitre 1

Du CND au matériau sensible ;

le choix des ondes de Lamb

L'étude bibliographique présentée dans ce chapitre a pour objectif de mettre en évidence l'importance du contrôle-santé des matériaux composites et d'en présenter les différents aspects. Les évolutions actuelles de cette discipline, orientées par les impératifs économiques, conduisent à la notion de contrôle-santé intégré ou de « matériaux sensibles ». Parmi les techniques envisageables pour la mise en œuvre de ce concept, nous verrons l'intérêt particulier des ondes de Lamb. Ce chapitre sera alors clôturé par l'exposé de quelques notions de base et généralités sur ce type de propagation, qui constituera le sujet principal de cette thèse.

1.1 Évolution du contrôle-santé des matériaux composites

1.1.1 Les matériaux composites : avantages et faiblesses

a) Définition

Le terme « matériau composite » désigne dans son sens le plus général, un assemblage solide constitué de deux ou plusieurs matériaux de natures différentes. L'intérêt du matériau résultant est qu'il possède les avantages conjugués de chacun des constituants pris séparément, leurs inconvénients respectifs ayant été compensés. Aussi bien naturels qu'artificiels, des exemples très courants d'un tel matériau sont nombreux. Ainsi, le bois, constitué de fibres de cellulose maintenues par de la lignine, ou l'os, constitué de tissus calcifiés enveloppant la moelle, sont des matériaux composites naturels. Dans ces deux cas, c'est l'association des différents constituants qui permet d'assurer une double fonction mécanique et vitale. De l'autre côté, le torchis (mélange de paille et d'argile), le papier (fibres végétales amalgamées par des résines) ou le béton (grains de sable et graviers mélangés à du ciment), sont des exemples de matériaux composites artificiels, créés au gré des époques pour des besoins spécifiques que les matériaux préexistants ne pouvaient satisfaire.

D'une façon plus restrictive, mais aussi désormais plus courante, un matériau composite désignera principalement un matériau artificiel composé d'un arrangement de fibres résistantes, courtes ou longues, noyées dans un matériau constitué d'une phase continue^{14,15}.

Le premier composant, appelé renfort, a pour but d'assurer la fonction mécanique du composite. Il est constitué de fibres de diamètre 10 à 20 μm environ d'un matériau généralement très rigide. Les matériaux les plus usuels sont :

- les fibres de verre (propriétés mécaniques moyennes, mais très bas prix),
- les fibres d'aramide (propriétés mécaniques légèrement supérieures à celles des fibres de verre, beaucoup plus légères, mais de 2 à 4 fois plus chères),

- les fibres de carbone (excellentes propriétés mécaniques, plus légères que les fibres de verre, mais de l'ordre de 10 à 200 fois plus chères).

Citons également pour information, l'utilisation moins courante de matériaux tels que les fibres de bore (bonne tenue en compression) ou de carbure de silicium (bonne tenue en température).

Le second composant, qui sera appelé matrice, a pour fonctions de lier les fibres entre elles, de leur transmettre les sollicitations mécaniques, et enfin de les protéger des agressions d'agents extérieurs. On distingue essentiellement les matrices organiques (résines synthétiques thermoplastiques ou thermodurcissables), et les matrices métalliques (aluminium, titane ou nickel).

b) Utilisation et performances

Introduits industriellement depuis maintenant une bonne trentaine d'années, les matériaux composites ont sérieusement entamé l'hégémonie des métaux dans de nombreuses applications. Ainsi, on notera de façon non exhaustive leur utilisation dans des domaines très variés comme le bâtiment (coffrages à béton, cheminées...), la construction automobile ou ferroviaire (pièces de carrosserie, pare-chocs, sièges...), le sport (perches à sauter, planches à voile, cadres de bicyclette, skis...), la mécanique générale (engrenages, arbres de transmission...), ou encore l'électricité (pièces isolantes, antennes de télécommunication...).

Mais c'est essentiellement par leur emploi dans le secteur aérospatial que les matériaux composites ont acquis leurs lettres de noblesse ¹⁵. En effet, c'est avant tout pour ce type d'applications que l'on exigera d'excellentes propriétés mécaniques des matériaux, pour une masse la plus faible possible. Les exemples sont presque innombrables : pièces d'avions (éléments de voilure, bords d'attaque, ailerons, gouvernails, trappes, radômes...), pales, moyeux et caissons d'hélicoptère, réservoirs, tuyères, disques de frein... L'emploi des matériaux composites conduit à des gains de masse des appareils volants pouvant aller jusqu'à 30 %, et se traduisant par des gains en charge payante (fret ou passagers), en autonomie ou en consommation.

Dans ce domaine, les matériaux composites utilisés auront principalement des architectures stratifiées. Ceci signifie qu'ils seront constitués de couches successives de renfort (appelées plis) sous forme de fibres ou tissus de fibres, imprégnées de résine therm durcissable. Des portions de plaque possédant de très bonnes performances mécaniques sont ainsi élaborées. On parle alors de matériaux composites structuraux.

Déjà évoquées plus haut, les très bonnes propriétés mécaniques (bien souvent meilleures que celles des aciers) alliées à leur faible masse volumique sont les principaux atouts des matériaux composites. Mais d'autres avantages intéressants sont également à mettre en évidence ¹⁵. Ainsi, ces matériaux ont en général une très bonne résistance à la fatigue (chargements cycliques) en traction et en compression suivant l'épaisseur, ils ne se corrodent pas, sont insensibles aux produits chimiques courants tels que les graisses, les solvants ou les huiles, et ont souvent une meilleure tenue au feu que certains alliages légers. Ils sont de plus faciles à mettre en forme (avant passage en autoclave) et donc très souples d'utilisation.

c) *Nécessité du contrôle-santé*

Toute médaille ayant son revers, les matériaux composites sont accompagnés d'un cortège de défauts spécifiques, qui peuvent s'avérer réellement problématiques pour leur utilisation. C'est pourquoi, peut-être plus encore que pour les matériaux traditionnels, le contrôle des matériaux composites à tous les stades est d'une importance capitale. Une revue assez complète des défauts types de ces matériaux a été proposée par Adams *et al.* ¹⁶. Nous n'en dirons que quelques mots ici.

Le problème de la qualité des matériaux composites se pose dès la phase de fabrication. Pour chaque étape du processus (tissage des fibres, imprégnation de résine, empilement des couches, cuisson), le soin à apporter est extrême. La présence de la moindre anomalie (bulle d'air, mauvais alignement ou mauvaise orientation des fibres, etc.) peut en effet avoir de très fâcheuses conséquences sur les propriétés du matériau final. La qualité des constituants (fibres et matrice) doit de plus être irréprochable.

Durant la phase d'utilisation, les faiblesses principales de ces matériaux sont leur sensibilité à l'humidité et aux conditions extrêmes de température (conduisant à une usure

prématurée), mais surtout leur grande sensibilité aux impacts mécaniques. En effet, un impact d'énergie relativement faible, comme par exemple la chute d'un outil, sera suffisant pour causer des délaminages (décollements entre couches) au sein du matériau. Ce type de défaut, souvent parfaitement invisible de l'extérieur, représente un véritable danger pour les matériaux composites.

On comprend alors que des contrôles de l'état des matériaux composites soient indispensables non seulement durant la phase de production, mais aussi au cours de leur utilisation.

En conséquence, dans le domaine des transports aériens, où la sécurité des personnes doit constituer le souci premier, des contraintes drastiques sont imposées sur le contrôle et la maintenance des différentes parties des aéronefs, tout au long de leur vie. Déjà vrai pour les composants métalliques, ceci est encore plus important pour les pièces structurales en matériaux composites, dont les défauts éventuels peuvent s'avérer extrêmement critiques.

Des cycles d'inspection à différents niveaux (allant du simple examen visuel aux contrôles structurels très poussés) sont donc rigoureusement définis, en fonction des défauts spécifiques susceptibles d'apparaître dans les matériaux. Ces politiques de maintenance aéronautique sont basées sur une prévision pessimiste des risques, qui se traduit par une surévaluation de la périodicité des contrôles (dont les méthodes classiques seront détaillées au paragraphe 1.1.2b). De cette façon, une sécurité quasi-irréprochable est heureusement assurée, mais au prix de contrôles fréquents, longs et coûteux.

Les surcoûts liés à la nécessité de contrôles fréquents des matériaux composites structuraux, associés à leur prix qui reste relativement élevé, constituent indéniablement un frein à leur développement. À tel point que l'engouement croissant qu'ils ont suscité depuis leur découverte perd peu à peu de son élan. Pourtant, dans le secteur aéronautique tout au moins, un retour en arrière vers des matériaux traditionnels n'est désormais plus imaginable. Ceci va donc conduire à la recherche de nouvelles méthodes de contrôle plus performantes.

1.1.2 Contrôle-santé et aspects économiques

a) Les coûts en aéronautique

Dans le contexte actuel (durcissement de la compétition internationale, dérégulation des transports aériens), la **réduction des coûts** est un élément essentiel pour le développement ou même la survie des acteurs du secteur aéronautique. En plus de permettre l'amélioration générale des appareils (fiabilité, respect de l'environnement, performances), la recherche doit pouvoir contribuer à cet objectif^{17,18}.

Afin de mieux appréhender l'impact économique d'une innovation issue de la recherche, il convient d'identifier les différentes composantes du coût global d'un programme aéronautique.

- Les **coûts de recherche**, qui sont un élément essentiel, à ne pas négliger dans la définition du produit.
- Les **coûts de développement**, qui correspondent à la phase mise au point du produit, s'étendant de sa conception à son industrialisation, en passant par la période d'essais.
- Les **coûts de production**, qui sont les frais engendrés par tout le processus de fabrication du produit.
- Les **coûts d'exploitation**, qui correspondent aux dépenses nécessaires à l'utilisation du produit (carburant, équipage, maintenance, taxes, etc.).

Dans chacun de ces postes, une recherche bien menée doit pouvoir apporter des solutions¹⁸. Le décor général étant planté, il nous reste à savoir où se situe le cas particulier du contrôle-santé dans ce contexte.

L'inspection et la maintenance des appareils, et en particulier le contrôle-santé des matériaux, représentent une portion non négligeable des coûts d'exploitation. Les

transporteurs aériens consacrent en effet 12 à 15 % du prix du billet aux opérations de maintenance¹⁹. Une réduction de ces coûts paraît alors fortement souhaitable.

Les **impératifs de sécurité** font cependant du contrôle-santé un élément incontournable. La question qui se pose alors est la suivante : les techniques actuelles d'évaluation non destructive doivent-elles et peuvent-elles être améliorées (rapidité et performances) et si oui, en quoi devront consister ces améliorations potentielles ? Nous allons tenter ici d'apporter quelques éléments de réponse.

b) Les méthodes actuelles de contrôle des composites et leurs insuffisances

Le nombre de techniques de contrôle non destructif disponibles (CND) est impressionnant. Les principes physiques mis en jeu sont très variés et souvent astucieusement exploités. Pourtant, nous allons voir qu'elles sont encore insuffisantes dans un contexte de course à l'efficacité. Nous dressons ici un état des lieux des méthodes les plus courantes.

Inspection visuelle : Souvent estimé trop basique pour être présenté en tant que technique de CND à part entière, l'examen visuel est pourtant la forme d'inspection effectuée avec la plus courte périodicité dans le milieu aéronautique. Pour un technicien expérimenté, elle constitue en effet le moyen le plus efficace de détecter des anomalies flagrantes telles que les marques d'impact, les déchirements en surface ou les érosions superficielles²⁰.

Ces inspections peuvent être effectuées à plusieurs niveaux d'observation, allant de la simple « promenade » autour de l'appareil après chaque atterrissage, à l'examen minutieux des zones critiques. Suivant le degré d'attention souhaité, on utilisera l'œil nu ou des aides optiques (lentilles, miroirs, etc.) ou mécaniques (règles, pieds à coulisse, etc.). Pour un examen approfondi, il s'agira essentiellement d'une affaire de comparaisons. Ce type d'inspection nécessite donc une excellente connaissance de l'appareil dans son état initial, et des plans de référence doivent être disponibles²¹.

Le contrôle visuel constitue la base indispensable de l'inspection de maintenance, mais elle peut s'avérer fastidieuse et coûteuse en main d'œuvre. Ses limites sont de plus en plus évidentes. Et en particulier, son intérêt est somme toute relativement limité pour les matériaux composites, dont les défauts sont bien souvent internes et invisibles de l'extérieur.

Ressuage : La technique du ressuage n'est autre qu'une forme d'inspection visuelle facilitée par l'exploitation du phénomène de capillarité ²². La surface à inspecter est badigeonnée d'un liquide coloré ou fluorescent, qui pénètre par capillarité à l'intérieur des éventuelles fissures. L'excès de liquide est alors nettoyé de la surface, puis une très fine poudre est appliquée. Toujours grâce au phénomène de capillarité, le liquide piégé dans les fissures va migrer vers la poudre présente en surface, révélant ainsi à l'observateur la position des défauts.

Cette technique n'est qu'un complément à l'examen visuel, et n'est appliquée aux matériaux composites que de façon marginale. Son intérêt se limite aux défauts débouchant en surface (relativement rares dans les composites), et la difficulté d'extraire totalement, en fin d'examen, le liquide emprisonné peut être gênant, en cas de réparation notamment ¹⁶.

Holographie : L'holographie consiste à enregistrer l'interférence entre un faisceau lumineux de référence et un faisceau, issu de la même source cohérente (laser), mais réfléchi sur l'objet à examiner. Les franges d'interférence ainsi obtenues sont alors révélatrices de la géométrie tridimensionnelle de la pièce. La méthode de contrôle repose alors sur une comparaison entre les franges enregistrées pour l'objet au repos, et les franges enregistrées pour l'objet soumis à une sollicitation thermique (chauffage) ou mécanique (dépression). La présence d'un défaut dans l'objet, conduisant à une déformation surfacique locale anormale, se traduira par une anomalie dans le réseau de franges ²³.

Cette méthode s'avère essentiellement efficace pour la détection des délaminages ²⁰. Elle permet leur localisation, ainsi qu'une estimation de leur étendue. On notera comme inconvénient, la relative complexité de mise en œuvre de la méthode. Notamment, la sensibilité aux déplacements est si importante que l'objet à étudier doit être isolé le plus possible des vibrations extérieures. Le contrôle sur site s'avère donc quelque peu problématique.

Radiographie : Le principe de la radiographie est basé sur l'absorption des rayons X par la matière constituant la pièce à contrôler. Après avoir traversé le matériau, les rayons X vont venir frapper un détecteur (film photographique ou détecteur électronique), qui enregistrera l'intensité de la radiation reçue. La présence d'un défaut dans l'épaisseur de la

pièce est alors révélée par une différence d'intensité dans l'image obtenue, traduisant une différence locale d'absorption induite par le défaut ²⁴.

Très utilisée pour les pièces métalliques, cette technique apparaît moins bien adaptée au cas de matériaux composites. En effet, de par son principe même, la radiographie X est sensible essentiellement aux défauts s'étendant sur une fraction non négligeable de l'épaisseur de la pièce. Ainsi, la détection d'un délaminage, dont la dimension principale est souvent normale à la direction d'incidence des rayons X, peut s'avérer problématique ¹⁶. A l'inverse, une très bonne sensibilité aux fissures parallèles à la direction d'incidence des rayons X et aux inclusions de tous types est obtenue ²³. Par ailleurs, la lourdeur du dispositif (encombrement de la source X), la nécessité d'avoir accès aux deux faces de la pièce à examiner (afin de pouvoir positionner le détecteur) et la nocivité des radiations pour l'opérateur humain rendent délicate l'utilisation de ce procédé sur le site de maintenance.

Thermographie infrarouge : La thermographie repose sur l'analyse de la propagation des ondes thermiques dans le matériau. La pièce à inspecter est soumise à une sollicitation thermique (par exemple un flash lumineux) et la répartition de chaleur résultante en surface en fonction du temps est enregistrée à l'aide d'un détecteur infrarouge (caméra refroidie à l'azote liquide par exemple). La présence d'un défaut va impliquer une variation locale de conductivité thermique qui se traduira par une discontinuité dans l'image obtenue. Ce type de mesure peut s'envisager en transmission (sensibilité à des défauts plus profonds, mais accès obligatoire aux deux faces de la pièce) ou en réflexion (accès requis à une seule face de la pièce) ²³.

Cette technique permet de mettre en évidence très rapidement et sur de grandes surfaces, les délaminages, les inclusions, ou encore l'absorption d'eau par la matrice ¹⁶. Elle permet une localisation, ainsi qu'une estimation approximative de la taille de ces défauts. Cependant, son efficacité est très variable suivant les propriétés thermiques du matériau considéré. Pour les composites carbone-époxy, par exemple, la conductivité thermique est beaucoup plus importante suivant le plan de la plaque que selon son épaisseur ¹⁶ (ce qui n'est pas le cas par exemple pour les verre-époxy). Ceci affecte la sensibilité aux défauts profonds et limite donc l'épaisseur des pièces contrôlables. Un second problème est posé par la difficulté effective d'appliquer un flux de chaleur uniforme sur une grande surface. Le profil de température mesuré risque alors de dépendre plus des caractéristiques de la source

thermique que de la présence de défauts²⁵. Par ailleurs, dans certains cas, la taille de la zone repérée sur l'image obtenue n'est pas révélatrice de la taille effective du défaut^{23,25}. On est alors amené à effectuer des contrôles complémentaires par d'autres techniques. On mentionnera également le coût relativement élevé des équipements nécessaires pour mettre en œuvre cette technique.

Techniques ultrasonores : Les méthodes exploitant les ultrasons sont les plus utilisées pour le contrôle non destructif des matériaux composites. Il en existe un grand nombre de variantes¹⁶. La plus classique d'entre elles est sans doute la mesure en 'pulse-écho' sous incidence normale (émission puis mesure des échos provenant des réflexions de l'onde acoustique sur la pièce et ses défauts), qui permet de détecter assez facilement les délaminages. La mesure des temps de vol des signaux permet également d'estimer la profondeur des défauts. Cependant, ce type de contrôle étant ponctuel, un balayage bidimensionnel très consommateur en temps est nécessaire pour explorer une surface donnée. D'autres méthodes comme la mesure des vitesses de propagation (caractérisation des propriétés du milieu), la rétro-diffusion ultrasonore (détection des défauts locaux fins, comme la porosité ou le mauvais positionnement des fibres), la spectroscopie ultrasonore (détection de délaminages), ou encore les ondes de Lamb, dont nous auront l'occasion de reparler de manière plus approfondie, permettent également une très bonne évaluation du matériau. Globalement, l'emploi des méthodes ultrasonores permet de détecter à peu près tous les types de défauts imaginables des matériaux composites. Aucune de ces méthodes prise individuellement n'est cependant capable de réaliser une telle performance. Elles sont simplement complémentaires.

Le problème commun à toutes ces techniques ultrasonores est la nécessité d'assurer un bon couplage entre les transducteurs et la pièce à tester. Il existe pour cela plusieurs solutions. L'immersion de la pièce dans une cuve d'eau est certainement la meilleure de toutes, en terme de résultats obtenus. Cependant, pour les grandes structures, cette solution est bien sûr difficilement applicable. Il est dans ce cas possible de recourir à la technique plus astucieuse qui consiste à diriger un jet d'eau sur la pièce à tester. Le faisceau ultrasonore est alors émis dans le jet d'eau et vient frapper la pièce par cet intermédiaire. Si cette technique donne d'assez bons résultats, les équipements nécessaires ont un coût très élevé. Elle n'est de plus pas applicable facilement dans n'importe quelles conditions. Pour les inspections manuelles, un gel de couplage doit être appliqué entre le transducteur et la pièce, ce qui pose d'énormes

problèmes de reproductibilité (grande sensibilité à la force de contact appliquée, à l'uniformité de l'application du gel, etc.). Le concept du couplage aérien semble se développer peu à peu, mais les transducteurs concernés doivent encore faire leurs preuves.

Les méthodes de contrôle non destructif qui viennent d'être présentées sont d'une façon générale lentes ou coûteuses (souvent les deux) et manquent parfois d'efficacité (mauvaise adaptation aux spécificités des composites). C'est pourquoi le besoin de nouvelles techniques, plus rapides, plus efficaces et moins contraignantes, de contrôle-santé des composants en matériaux composites se fait de plus en plus pressant.

c) Les techniques émergentes

Contrairement à ce que pourrait laisser croire le titre de ce paragraphe, il sera très peu question ici de méthodes de CND intrinsèquement innovantes. En effet, pour la plupart, ces « techniques émergentes » exploitent les mêmes interactions et principes physiques que les méthodes traditionnelles présentées dans le paragraphe précédent. On parlera plutôt d'amélioration ou d'adaptation des techniques existantes, afin de tirer au mieux parti de leurs qualités respectives tout en corrigeant ou contournant autant que possible leurs inconvénients. Ces améliorations peuvent avoir lieu à différents niveaux : amélioration de la technologie, amélioration des procédés ou amélioration du traitement.

Les améliorations au niveau technologique consisteront essentiellement en un développement de meilleurs capteurs ou de meilleures sources d'émission. On notera à titre d'exemples, la mise au point de nouvelles caméras infrarouges plus rapides, plus sensibles et plus précises²⁶, ou des améliorations des dispositifs détecteurs pour la radiographie^{23,24}. La mise au point de transducteurs ultrasonores à couplage aérien plus performants²⁷ entre également dans cette catégorie.

Au nombre des améliorations touchant le procédé par lui-même, on mentionnera notamment le développement de la shearographie²⁸, qui constitue une amélioration notable des techniques holographiques. Une description sommaire en sera donnée au chapitre 4. Cette technique devrait permettre un contrôle très rapide de grandes surfaces, sur site de maintenance. Le développement du contrôle par ultrasons générés par laser qui, comme le

transducteur air, permet de s'affranchir du contact (et donc des aléas du couplage) entre le transducteur et le matériau, est un autre exemple ²⁶.

Les améliorations dans le traitement des données constituent un aspect essentiel dans le développement de techniques plus performantes de contrôle-santé. Ces améliorations doivent permettre soit une meilleure caractérisation des défauts, soit l'obtention de résultats équivalents en un temps plus court. Ceci implique bien souvent l'utilisation de moyens électroniques ou informatiques de plus en plus performants (passant dans certains cas par une avancée technologique préalable). L'amélioration des techniques classiques de traitement numérique des signaux ou des images ²⁶, ou l'utilisation des réseaux de neurones ^{26,29} sont des exemples significatifs.

Dans bien des cas, la nature des améliorations apportées sera mixte. On peut citer par exemple l'adaptation aux matériaux composites de la technique de contrôle par courants de Foucault (amélioration des sondes et du traitement) ²⁶, jusqu'ici essentiellement utilisée pour les pièces métalliques. Un autre exemple est celui de l'évolution de la radiographie X vers la radiographie à faisceaux de neutrons, encore appelée neutronoscopie (amélioration du procédé et de la source d'émission) ³⁰. Pour l'anecdote, on mentionnera également l'exemple plutôt atypique d'une sorte de robot grimpeur autonome, destiné à réaliser des contrôles automatiques de structures aéronautiques de très grandes surfaces ³¹. Il s'agit plus précisément d'une plate-forme multifonction capable de se fixer et de se déplacer sur des surfaces verticales (au moyen d'un système de ventouses), et dotée de moyens de contrôle non destructif.

Toutes ces techniques sont certes prometteuses, mais tant que leur utilisation nécessitera l'immobilisation de l'aéronef, la réduction de coût ne pourra être que limitée. De plus, seuls les exploitants des appareils, c'est-à-dire les clients finaux (compagnies aériennes ou armées) en retireront un bénéfice.

On voit alors l'intérêt d'une intégration en amont des moyens de contrôle, qui permettrait de rendre plus concurrentiels les constructeurs aéronautiques également. En outre, la possibilité d'automatiser l'inspection et même de l'effectuer éventuellement durant le service normal de l'appareil fait du **contrôle-santé intégré** une notion très attrayante.

1.1.3 Le contrôle-santé intégré ; notion de matériau sensible

a) *Cahier des charges pour un système de contrôle-santé intégré*

Nous avons vu le caractère primordial du contrôle non destructif des matériaux composites aéronautiques durant toute leur durée de service (cycles d'inspection). Parallèlement, la prise en compte du facteur économique conduit à rechercher des solutions nouvelles permettant d'optimiser ces contrôles, afin de réduire leur durée, leur coût et leur fréquence. Ces considérations nous conduisent tout naturellement vers la notion de contrôle-santé intégré. Afin qu'ils soient viables, ces systèmes devront cependant se conformer obligatoirement à certains critères.

Le contrôle-santé intégré devra notamment faire la preuve qu'il peut être un facteur de réduction globale des coûts (voir paragraphe 1.1.2a). En effet, la mise au point et l'implémentation d'un système de contrôle-santé intégré entraînera nécessairement des surcoûts de développement et de production. Ces surcoûts, supportés par le constructeur aéronautique, se répercuteront sur le prix de vente des appareils ou bien, si le constructeur fait le choix de réduire sa marge bénéficiaire sur chaque appareil, se traduiront par la nécessité d'en vendre plus. Dans tous les cas, la diminution des coûts d'exploitation engendrée par un tel système devra donc être suffisamment importante pour compenser largement les effets induits par ces surcoûts.

Ainsi, la majoration des coûts engendrée par la mise en place d'un tel système doit-elle être limitée. Afin d'atteindre cet objectif, il est par exemple souhaitable d'utiliser autant que possible des composants classiques et bon marché. L'intégration des moyens de contrôle durant la phase de production doit être de plus facilitée au maximum (perturber le process le moins possible). On aura également intérêt à faire principalement appel à des techniques classiques et facilement disponibles pour le traitement des informations.

Il faut cependant rester conscient que ce gain attendu de rentabilité devra bien évidemment se faire à niveau de sécurité constant. Un niveau de sécurité supérieur au niveau actuel serait même bienvenu. Les performances d'un système de contrôle-santé intégré devront donc être au moins équivalentes à celles des techniques actuelles. Leur fiabilité et leur robustesse sont également des conditions nécessaires. En particulier, la probabilité de fausse

alerte et le taux d'erreur devront être les plus bas possibles. Ces dernières considérations sont bien entendu les conditions essentielles d'existence de ce type de système.

b) Les techniques candidates

La solution envisagée au problème du contrôle-santé intégré est l'intégration de capteurs ou d'éléments actifs en surface ou au sein du matériau. Celui-ci possèdera alors en quelque sorte la capacité à détecter ses propres défauts. C'est la notion de **matériau sensible**.

La première technique qui a été entrevue comme pouvant permettre un contrôle continu et en service des matériaux est sans doute l'**émission acoustique**. Très utilisée pour les métaux depuis une trentaine d'années, son application se généralise peu à peu aux matériaux composites. Le principe de cette méthode est la mesure des temps d'arrivée des signaux issus d'un impact ou d'une fissuration sur quatre transducteurs. Par triangulation, il est alors possible de localiser le défaut. Dans le cas des matériaux composites, cette technique permet de détecter l'apparition des ruptures de fibre et des délaminages. La localisation est cependant compliquée par la forte anisotropie propre à ce type de matériau. De plus, l'émission acoustique souffre des inconvénients inhérents aux méthodes passives : sensibilité au bruit, difficulté de déterminer la nature ou d'estimer la gravité du défaut...

Une technique actuellement très en vue et qui semble parmi les plus prometteuses, est l'utilisation de **fibres optiques** intégrées aux matériaux. Cette intégration peut se faire au sein du matériau en cours de fabrication, ou plus simplement par un collage en surface du produit fini. Le nombre de variantes dans la façon d'exploiter les propriétés des fibres optiques pour le contrôle-santé intégré ne semble limité que par l'imagination des chercheurs. Il ne sera présenté ici que quelques exemples représentatifs, parmi toutes ces méthodes plus ou moins efficaces et plus ou moins faciles d'utilisation.

Ainsi, bien que d'un principe assez basique, la transmission lumineuse à travers une grille optique insérée dans le matériau ³² s'avère assez efficace pour la détection et la localisation rapide des fissures et délaminages. La grille, constituée de fibres optiques croisées, est insérée au sein de l'empilement des couches du matériau composite. Par les extrémités des fibres débouchant hors de la plaque composite, on injecte de la lumière. Le flux lumineux transmis à travers chacune des fibres de la grille optique est enregistré par une

barrette de photo-détecteurs. Si la structure subit un endommagement local, la rupture des fibres optiques au voisinage du défaut va entraîner une chute de l'intensité lumineuse transmise par ces fibres.

Un autre exemple est l'utilisation de fibres optiques à réseau de Bragg³³ qui, intégrées dans une structure, permettent de détecter des anomalies entraînant des déformations locales inhabituelles du matériau. L'avantage d'un tel système est que le paramètre de mesure, qui est la longueur d'onde de la lumière, ne dépend pas de l'intensité du flux lumineux et reste donc insensible aux éventuelles pertes. Ceci facilite de plus le multiplexage fréquentiel, qui permet de faire transiter par un seul et unique canal (une fibre optique par exemple), les informations en provenance de plusieurs capteurs³⁴.

Mais la majorité des méthodes envisagées de contrôle-santé intégré exploitant les fibres optiques, fait intervenir des techniques interférométriques. S'il en existe de nombreuses variantes, le principe de base de ces techniques est cependant toujours le même. La lumière issue d'un laser est séparée en deux faisceaux par un coupleur optique. L'un de ces faisceaux est dirigé vers une fibre optique de référence et le second, vers la fibre sonde qui est intégrée au matériau. A l'aide d'un interféromètre, on fait alors interagir les rayons lumineux ayant transité par chacune des deux fibres. Les franges d'interférence obtenues traduisent alors la différence de marche entre ces rayons. Les élongations ou les variations d'indice de la fibre sonde, dues à l'influence sur celle-ci du matériau à tester (et notamment l'apparition d'un défaut à proximité de la fibre), vont donc modifier ces franges d'interférence. Afin de contrebalancer les effets parasites, tels que la sensibilité à la température ou les précontraintes du matériau, un modulateur de phase est souvent employé pour ajuster la longueur de la fibre de référence, et donc la phase du signal la traversant. Les types d'interféromètres les plus classiquement employés sont ceux de Michelson³⁵, de Young³⁶ et de Mach-Zehnder³⁷.

On notera également l'existence de techniques de principes plus complexes, nécessitant seulement l'utilisation d'une fibre unique. Ainsi l'interféro-polarimétrie³⁸, qui consiste en l'analyse des couplages de modes dans une fibre optique biréfringente³⁹, est une de ces techniques. Une sollicitation mécanique appliquée sur une telle fibre modifie localement ses propriétés de biréfringence, créant ainsi un déphasage entre les deux composantes du signal lumineux. Une autre technique est l'exploitation des interférences intermodales dans une fibre optique multimode⁴⁰. Une variation locale de l'indice de

réfraction, apparaissant quand la fibre est sollicitée mécaniquement, modifie le déphasage entre les différents modes guidés se propageant dans la fibre.

Le principal reproche que l'on puisse faire aux techniques exploitant des fibres optiques insérées est sans doute leur caractère intrusif. En effet, le diamètre d'une fibre optique est typiquement de l'ordre de dix fois celui d'une fibre de carbone ou de verre. On comprend alors que le fait d'inclure un élément aussi imposant dans l'épaisseur du matériau et sur une grande longueur peut nuire assez fortement à sa tenue mécanique. Cependant, les travaux récents dans ce domaine montrent que sous certaines conditions, des propriétés mécaniques correctes pouvaient être conservées.

Malgré le vif intérêt suscité par les techniques employant des fibres optiques, d'autres techniques tout aussi prometteuses sont en cours d'investigation.

Ainsi, une technique intéressante est celle développée par l'INSA de Lyon, qui consiste à mesurer l'**impédance électrique d'un implant piézoélectrique** inséré dans le matériau. Bien que cet élément piézoélectrique ait pour effet secondaire de générer des ondes ultrasonores dans le matériau, il n'est cependant pas spécifiquement utilisé dans ce but. Seules ses propriétés vibratoires, qui sont fortement influencées par les propriétés (et donc l'état) du milieu environnant, sont étudiées^{41,42}. Le suivi de l'impédance électrique de l'implant permet donc de mettre en évidence la présence d'anomalies telles que l'absorption d'eau, qui est un facteur de dégradation important pour les matériaux composites⁴³. Cependant, cette méthode se limite à l'évaluation des propriétés du matériau au voisinage de l'implant.

Une méthode séduisante, mais qui semble difficile à mettre en œuvre et qui doit encore faire la preuve de son efficacité, est l'incorporation dans le matériau composite de **fibres piézoélectriques**⁴⁴. Des techniques de fabrication récentes permettent en effet d'élaborer des fibres PZT de 10 à 20 μm de diamètre, ce qui correspond approximativement au diamètre des habituelles fibres de carbone ou de verre. Ces fibres peuvent alors jouer le rôle de transducteurs piézoélectriques intégrés. De nombreux travaux semblent encore nécessaires pour la caractérisation complète de leur comportement.

La plupart des méthodes mentionnées jusqu'ici requièrent l'utilisation d'éléments actifs ou sensibles artificiellement ajoutés au matériau. Dans tous ces cas, le contrôle-santé

intégré du matériau se fera donc au prix d'une perturbation, plus ou moins gênante mais toujours présente, de son comportement mécanique. C'est pourquoi il convient d'évoquer les techniques basées sur la **mesure des propriétés électriques du matériau composite** même, qui permettent de s'affranchir de cet inconvénient. Ainsi, dans le cas d'un matériau à fibres conductrices (carbone-époxy essentiellement), la présence de défauts comme des ruptures de fibres ou des délaminages modifie sa résistance électrique ⁴⁵. La mesure de l'impédance complexe du matériau (résistance et capacité équivalentes) peut également fournir des indications tout à fait intéressantes en terme de détection de défauts ⁴⁶. Une telle technique est cependant limitée aux composites conducteurs, à l'exclusion des matériaux à fibres de verre par exemple. De plus, le contrôle ne peut se faire que sur une zone de taille relativement restreinte (à moins de disposer un grand nombre d'électrodes) et la localisation du défaut reste encore incertaine.

Enfin, les méthodes exploitant les **ondes de Lamb** vont être d'un intérêt tout particulier pour nous. Ces méthodes sont basées sur l'intégration à la structure (collés en surface ⁴⁷ ou insérés dans le matériau ⁴⁸) de transducteurs piézoélectriques de petites dimensions. Ces transducteurs seront utilisés pour émettre des ondes acoustiques à des fréquences ultrasonores, qui seront capables d'interagir avec les défauts internes de la structure. Les potentialités et avantages de la méthode seront détaillés au paragraphe suivant.

c) Choix des ondes de Lamb

Parmi les différentes techniques brièvement exposées ici, plusieurs critères nous incitent à privilégier les travaux sur un système de contrôle-santé intégré à ondes de Lamb. Le propos n'est pas de présenter l'utilisation des ondes de Lamb comme la meilleure de toutes ces techniques, mais de montrer qu'elle figure indéniablement parmi les plus prometteuses.

Tout d'abord, puisqu'il s'agit d'une technique active (émission puis réception d'un signal), un matériau sensible utilisant les ondes de Lamb offrirait la possibilité de recevoir à volonté des informations sur son état. Ceci distingue les techniques à ondes de Lamb des méthodes passives type émission acoustique, par exemple, pour lesquelles les informations sont recueillies uniquement lorsqu'un évènement se produit.

D'autre part, puisque les structures à tester se présentent très souvent sous forme de plaques (éléments de fuselage aéronautique, par exemple), les ondes de Lamb, qui sont les modes naturels de vibration des plaques apparaissent bien adaptées et très aisées à générer. En effet, comme nous le verrons, un élément excitateur de très petite taille suffit à générer des ondes de Lamb. Comme ce sont de plus des ondes guidées confinées dans l'épaisseur des plaques, elles se propagent sur des distances relativement longues (l'atténuation géométrique est bidimensionnelle, alors qu'elle est tridimensionnelle pour les ondes acoustiques de volume) et permettent d'interroger toute l'épaisseur.

Ainsi, même pour contrôler une surface assez étendue (plusieurs mètres carrés), un nombre relativement réduit de transducteurs (capteurs ou excitateurs) de faibles dimensions suffit. La dégradation des propriétés mécaniques de la structure, induite par la présence d'éléments étrangers intégrés en son sein, s'en trouve donc minimisée. Par ailleurs, contrairement au cas des fibres optiques, le fonctionnement de ces transducteurs requiert l'emploi de connexions électriques, qui sont plus souples d'utilisation et moins coûteuses que des connexions optiques.

Enfin, la sensibilité des ondes de Lamb aux endommagements classiques et critiques des plaques composites est bien connue. Des études expérimentales et théoriques ont en effet porté sur l'interaction des ondes de Lamb avec les délaminages⁴⁹, les fissures^{50,51} ou les perforations⁵². Le cas de structures plus complexes comme des assemblages collés⁵³ ou rivetés¹² a également été abordé. Une des conclusions principales que l'on peut tirer de ces études est l'importance du choix du mode à utiliser, afin d'optimiser le contrôle en fonction du type de défaut à détecter. En effet, comme nous allons le voir dans la suite, la propagation des ondes de Lamb est d'une façon générale multi-modale, et les caractéristiques propres à chacun des modes font qu'ils ne sont pas également sensibles à tous les types de défauts.

En conséquence, si la réalisation d'un système de contrôle-santé intégré à ondes de Lamb semble pouvoir allier les avantages de plusieurs techniques, tout en minimisant les inconvénients respectifs, la maîtrise des modes générés est un problème crucial.

1.2 Les ondes de Lamb : aspects théoriques et considérations pratiques

1.2.1 Définitions et rappels

Les ondes de Lamb sont des ondes élastiques se propageant dans les plaques solides. On entend par le terme plaque, un morceau de matière dont une des dimensions est très petite par rapport aux deux autres. Idéalement, ces deux dernières dimensions sont infinies. Prévu par H. Lamb en 1917⁵⁴, ce type d'ondes de plaque porte son nom.

D'une façon générale, dans un solide non borné, deux types d'ondes élastiques (dites ondes de volume) peuvent exister : les ondes longitudinales, engendrant des vibrations colinéaires à la direction de propagation et les ondes transversales, engendrant des vibrations normales à la direction de propagation. Dans le cas d'un solide borné, tel qu'une plaque, la présence de conditions de frontières (surfaces libres) introduit un couplage entre ces deux types d'ondes (Figure 1-1). Les ondes de Lamb peuvent ainsi s'interpréter comme la recombinaison des ondes de volume longitudinales et transversales par réflexions successives sur les surfaces. On parle alors d'ondes guidées.

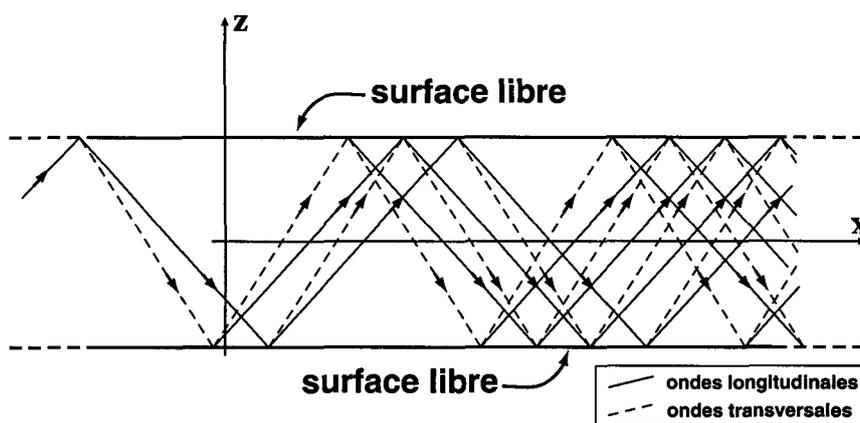


Figure 1-1 : Formation d'une onde de Lamb

Dans le cas de figure présenté ici (Figure 1-1), l'axe x représente par définition la direction de propagation de l'onde de Lamb.

Comme toute onde guidée, les ondes de Lamb possèdent des caractéristiques particulières. En effet, pour une fréquence et une épaisseur de plaque données, les ondes de Lamb ne peuvent se propager que sous la forme d'un nombre fini de modes. Chacun de ces modes diffère par le profil du champ de déplacement et la vitesse de phase. On peut séparer ces modes en deux catégories générales, suivant leur symétrie par rapport au plan moyen de la plaque :

- les **modes symétriques**, qui vérifient :

$$\begin{cases} u_x(-z) = u_x(z) \\ u_z(-z) = -u_z(z) \end{cases} \quad (1.1)$$

- les **modes antisymétriques**, qui vérifient :

$$\begin{cases} u_x(-z) = -u_x(z) \\ u_z(-z) = u_z(z) \end{cases} \quad (1.2)$$

où u_x et u_z sont respectivement les composantes suivant x et z du champ de déplacements dans la plaque.

Par ailleurs, la propagation des ondes de Lamb est d'une manière générale dispersive. Ceci signifie que la vitesse de phase de chaque mode varie en fonction de la fréquence. Plus précisément, pour un matériau donné, les caractéristiques de la propagation dépendent uniquement du produit fréquence - épaisseur. On caractérise donc ces ondes à l'aide des **courbes de dispersion**, qui donnent pour chacun des modes, l'évolution de la vitesse de phase en fonction du produit fréquence - épaisseur ou fréquence - demi-épaisseur. Nous verrons dans la section suivante les différentes méthodes de calcul de ces courbes de dispersion.

1.2.2 Les méthodes de calcul des courbes de dispersion

a) *Plaque isotrope dans le vide*

La méthode la plus courante permettant d'établir les relations de dispersion pour les ondes de Lamb dans une plaque homogène et isotrope est la **théorie dite des potentiels**. Celle-ci a été développée de façon exhaustive par Viktorov ³. Nous en présenterons les aspects principaux.

Considérons une plaque isotrope infiniment étendue selon les directions x et y , et d'épaisseur finie $2d$ selon z (Figure 1-2). Le matériau constituant la plaque est déterminé par sa masse volumique ρ , son coefficient de poisson ν et son module d'Young E ou, de façon équivalente, par ρ et ses coefficients de Lamé λ et μ .

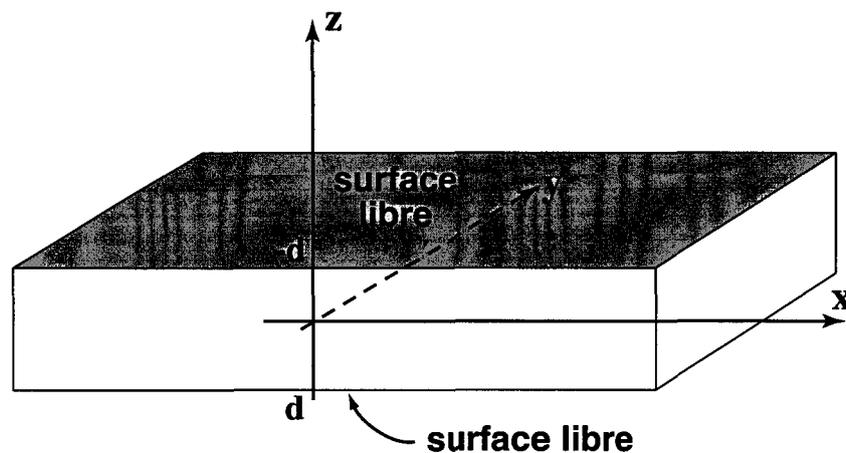


Figure 1-2 : Plaque homogène

Le champ acoustique dans la plaque doit satisfaire en tout point l'équation du mouvement :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (i, j) = x, y, z \quad (1.3)$$

où $[\sigma_{ij}] = \boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes et $[u_i] = \mathbf{u}$ est le vecteur déplacement ; ainsi que la relation entre contraintes et déformations pour le milieu isotrope :

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \quad (1.4)$$

où le tenseur élastique $[c_{ijkl}]$ s'exprime simplement en fonction de E et ν , et $[S_{kl}]$ est le tenseur des déformations défini par :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (1.5)$$

La théorie des potentiels consiste à exprimer le vecteur déplacement en fonction d'un potentiel scalaire φ et d'un potentiel vecteur ψ , tels que :

$$\mathbf{u} = \text{grad } \varphi + \text{rot } \psi \quad (1.6)$$

Ces potentiels scalaire et vecteur sont alors les nouvelles inconnues du problème. La substitution de la relation (1.6) dans les équations (1.4) puis (1.3), permet d'aboutir aux équations d'onde suivantes ³ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + k_l^2 \varphi &= 0 \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k_t^2 \psi &= 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

où $\omega = 2\pi f$ est la pulsation, et k_l et k_t sont respectivement les normes des vecteurs d'onde des ondes longitudinales et transversales dans le matériau.

Les solutions de l'équation (1.7) peuvent se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \varphi &= A_s \text{ch } qze^{jkx} + B_a \text{sh } qze^{jkx} \\ \psi &= D_s \text{sh } sze^{jkx} + C_a \text{ch } sze^{jkx} \end{aligned} \quad (1.8)$$

où A_s, B_a, C_a, D_s sont des constantes à déterminer, k est la norme du vecteur d'onde de l'onde de Lamb et q et s sont définis par :

$$\begin{aligned} q &= \sqrt{k^2 - k_i^2} \\ s &= \sqrt{k^2 - k_i^2} \end{aligned} \quad (1.9)$$

La prise en compte du fait que les contraintes normales et tangentielles doivent s'annuler sur les deux surfaces de la plaque ($z = d$ et $z = -d$), conduit alors à un système linéaire de deux équations faisant intervenir les deux inconnues A_s et D_s , ainsi qu'à un second système de deux équations également, faisant intervenir B_a et C_a . Ces deux systèmes possèdent des solutions non triviales si leurs déterminants sont nuls :

$$(k^2 + s^2)^2 \cosh qd \sinh sd - 4k^2 qs \sinh qd \cosh sd = 0 \quad (1.10-a)$$

$$(k^2 + s^2)^2 \sinh qd \cosh sd - 4k^2 qs \cosh qd \sinh sd = 0 \quad (1.10-b)$$

La résolution des équations (1.10-a) et (1.10-b) fournit respectivement les vecteurs d'onde des ondes de Lamb symétriques et antisymétriques.

Bien que cette méthode des potentiels soit mathématiquement la plus simple à mettre en œuvre pour le cas isotrope, il existe d'autres méthodes qui présentent un intérêt scientifique incontestable. Ces méthodes reposent sur des interprétations plus directes du phénomène physique des ondes de Lamb.

Ainsi, la méthode de **superposition des ondes partielles**⁵⁵ consiste à déterminer toutes les ondes planes solutions des équations d'onde pour le milieu considéré. La présence d'une onde guidée dans la plaque (onde de Lamb) s'interprète alors comme la coïncidence des composantes suivant x des vecteurs d'onde de chacune de ces ondes partielles. La solution générale est alors formée en superposant les ondes partielles, tout en tenant compte des conditions aux surfaces. L'intérêt de cette méthode se manifestera surtout dans le cas des guides d'onde anisotropes (voir paragraphe suivant).

La méthode de la **résonance transversale**⁵⁵ découle du fait que les ondes guidées recherchées se propagent suivant l'axe du guide d'onde (axe x) et sont stationnaires suivant la direction transversale (axe z). Cette condition permet de déterminer les angles de propagation des ondes de volume formant l'onde guidée par recombinaison (Figure 1-1), et donc le vecteur d'onde de l'onde guidée elle-même. Cette méthode est très efficace pour résoudre

simplement le problème des ondes transversales horizontales (polarisées suivant y)⁵⁶, mais s'avère beaucoup plus lourde pour traiter le cas des ondes de Lamb.

Une autre méthode, plutôt atypique, qui a vu le jour très récemment^{57,58} consiste à considérer une onde de Lamb comme la **superposition d'une onde porteuse de membrane et de modulations** dans l'épaisseur de la plaque. L'onde porteuse, mettant en mouvement le plan médian de la plaque, est solution d'une équation réduite de membrane. Les modulations d'épaisseur sont solutions d'un système d'équations différentielles. Cette méthode constitue un renouveau total dans la façon de percevoir la propagation des ondes de Lamb. En terme de résultats, elle n'apporte cependant rien de plus que les méthodes précédentes. Il s'agit simplement d'une curiosité qui méritait d'être citée.

b) Plaque anisotrope homogène

S'il existe, comme nous l'avons vu, plusieurs méthodes pour traiter le problème de la propagation libre dans une plaque isotrope, le choix est en revanche plus restreint dans le cas d'une plaque arbitrairement anisotrope. En effet, la théorie des potentiels est mathématiquement inapplicable et les méthodes de la résonance transversale ou de l'onde porteuse de membrane conduisent à des développements très lourds. La méthode la plus facilement applicable à ce cas de figure est celle des ondes partielles.

Elaborée initialement par Solie et Auld⁵⁹ et appliquée alors à quelques cas présentant des symétries particulières, la méthode de traitement des ondes de Lamb dans une plaque anisotrope a été plus récemment approfondie et mise en œuvre dans des cas plus généraux par Nayfeh et Chimenti⁶⁰. Tous les détails nécessaires à l'application de cette méthode sont disponibles dans cette dernière référence. Aussi, nous ne rappellerons que brièvement le principe du développement.

Considérons une plaque solide anisotrope orientée suivant le même système d'axes que précédemment (Figure 1-2). Les propriétés du matériau constituant la plaque sont déterminées par sa masse volumique ρ et son tenseur élastique $\mathbf{C} = [c_{ijkl}]$.

Les solutions recherchées doivent satisfaire l'équation du mouvement (1.3) ainsi que l'équation constitutive pour le milieu anisotrope :

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \quad (1.11)$$

On supposera ici la présence d'au moins un plan de symétrie (système monoclinique), ce qui est le cas pour une plaque composite quelle que soit la direction de propagation considérée. Le tenseur élastique \mathbf{C} possède alors seulement neuf composantes indépendantes. En utilisant la notation contractée standard, le tenseur élastique peut alors se mettre sous la forme matricielle suivante ⁶¹ :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Les solutions recherchées sont de la forme (ondes partielles) :

$$u_i = U_i e^{j\xi(\alpha x - ct)}, \quad i = x, y, z \quad (1.13)$$

où c est la vitesse de phase, ξ et $\xi\alpha$ sont les projections du vecteur d'onde sur les axes x et z respectivement, et U_i est l'amplitude du déplacement u_i .

En reportant l'expression (1.13) dans les relations (1.11) et (1.3), on obtient le système de trois équations suivant :

$$[\Gamma_{mn}(\alpha) - \rho c^2 \delta_{mn}] U_n = 0, \quad (m, n) = 1, 2, 3 \quad (1.14)$$

où $[\Gamma_{mn}]$ est la matrice de Christoffel (définie en annexe A).

Des solutions non nulles de l'équation (1.14) existent à la condition que le déterminant de la matrice de Christoffel soit nul. Ceci conduit à une équation du sixième degré en α , dont les racines seront notées α_q , $q = 1, \dots, 6$.

Ainsi, six ondes partielles sont susceptibles de se propager dans le matériau. Pour chacune d'elles, l'équation (1.13) permet de déterminer le champ de déplacement associé :

$$u_{iq} = U_{iq} e^{j\xi(ct-x-\alpha_q z)}, \quad i = x, y, z \text{ et } q = 1, \dots, 6 \quad (1.15)$$

où u_{iq} est le déplacement associé à la $q^{\text{ième}}$ onde partielle suivant la direction i , U_{iq} est l'amplitude du déplacement u_{iq} .

Les ondes de Lamb recherchées sont alors constituées par la superposition des six ondes partielles. Les déplacements et contraintes correspondants sont donc donnés par une relation du type :

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{zz} \\ \bar{\sigma}_{xz} \\ \bar{\sigma}_{yz} \\ u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \\ W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & W_5 & W_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{11} e^{-j\xi\alpha_1 z} \\ U_{12} e^{-j\xi\alpha_2 z} \\ U_{13} e^{-j\xi\alpha_3 z} \\ U_{14} e^{-j\xi\alpha_4 z} \\ U_{15} e^{-j\xi\alpha_5 z} \\ U_{16} e^{-j\xi\alpha_6 z} \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

où $\bar{\sigma}_{ij}$, V_q et W_q sont définis respectivement par :

$$\bar{\sigma}_{ij} = -\frac{1}{j\xi} \sigma_{ij} \quad (1.17)$$

$$\begin{cases} V_q = U_{2q}/U_{1q} \\ W_q = U_{3q}/U_{1q} \end{cases} \quad (1.18)$$

Les termes D_{1q} , D_{2q} et D_{3q} , ($q = 1, \dots, 6$) sont définis par Nayfeh et Chimenti⁶⁰. Leurs expressions sont données en annexe A. Les amplitudes U_{1q} et la projection ξ du vecteur d'onde suivant x sont alors les inconnues du problème.

En tenant compte des conditions aux limites en $z = \pm d$ (surfaces libres de contraintes), on obtient à partir de la relation (1.16), les deux systèmes suivants :

$$\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{11}e^{-j\xi\alpha_1 d} \\ U_{12}e^{-j\xi\alpha_2 d} \\ U_{13}e^{-j\xi\alpha_3 d} \\ U_{14}e^{-j\xi\alpha_4 d} \\ U_{15}e^{-j\xi\alpha_5 d} \\ U_{16}e^{-j\xi\alpha_6 d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.19-a)$$

$$\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{11}e^{j\xi\alpha_1 d} \\ U_{12}e^{j\xi\alpha_2 d} \\ U_{13}e^{j\xi\alpha_3 d} \\ U_{14}e^{j\xi\alpha_4 d} \\ U_{15}e^{j\xi\alpha_5 d} \\ U_{16}e^{j\xi\alpha_6 d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.19-b)$$

Le regroupement de ces deux systèmes d'équations (1.19-a) et (1.19-b) constitue un système 6*6 en U_{11}, \dots, U_{16} , qui possède des solutions non triviales à la seule condition que son déterminant soit nul :

$$\begin{vmatrix} D_{11}E_1 & D_{12}E_2 & D_{13}E_3 & D_{14}E_4 & D_{15}E_5 & D_{16}E_6 \\ D_{21}E_1 & D_{22}E_2 & D_{23}E_3 & D_{24}E_4 & D_{25}E_5 & D_{26}E_6 \\ D_{31}E_1 & D_{32}E_2 & D_{33}E_3 & D_{34}E_4 & D_{35}E_5 & D_{36}E_6 \\ D_{11}\bar{E}_1 & D_{12}\bar{E}_2 & D_{13}\bar{E}_3 & D_{14}\bar{E}_4 & D_{15}\bar{E}_5 & D_{16}\bar{E}_6 \\ D_{21}\bar{E}_1 & D_{22}\bar{E}_2 & D_{23}\bar{E}_3 & D_{24}\bar{E}_4 & D_{25}\bar{E}_5 & D_{26}\bar{E}_6 \\ D_{31}\bar{E}_1 & D_{32}\bar{E}_2 & D_{33}\bar{E}_3 & D_{34}\bar{E}_4 & D_{35}\bar{E}_5 & D_{36}\bar{E}_6 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.20)$$

avec $E_i = e^{-j\xi\alpha_i d}$ et $\bar{E}_i = e^{j\xi\alpha_i d}$.

Les valeurs de ξ satisfaisant l'équation (1.20) sont alors les valeurs de la norme du vecteur d'onde des ondes de Lamb dans la plaque. Les vitesses de phase s'en déduisent de façon immédiate.

Pour de plus amples détails sur le comportement des ondes de Lamb dans les plaques anisotropes, on pourra se référer à la discussion très complète menée par Li et Thompson⁶². Les spécificités par rapport au cas isotrope y sont notamment exposées, comme par exemple des phénomènes peu intuitifs de croisements des courbes de dispersion.

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{zz}^{(k)} \\ \bar{\sigma}_{xz}^{(k)} \\ \bar{\sigma}_{yz}^{(k)} \\ u_x^{(k)} \\ u_y^{(k)} \\ u_z^{(k)} \end{pmatrix}_{z=d^{(k)}} = A^{(k)} I_{d_k}^{(k)} A^{(k)-1} \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{zz}^{(k)} \\ \bar{\sigma}_{xz}^{(k)} \\ \bar{\sigma}_{yz}^{(k)} \\ u_x^{(k)} \\ u_y^{(k)} \\ u_z^{(k)} \end{pmatrix}_{z=0^{(k)}} \quad (1.21)$$

avec :

$$A^{(k)} = \begin{pmatrix} D_{11}^{(k)} & D_{12}^{(k)} & D_{13}^{(k)} & D_{14}^{(k)} & D_{15}^{(k)} & D_{16}^{(k)} \\ D_{21}^{(k)} & D_{22}^{(k)} & D_{23}^{(k)} & D_{24}^{(k)} & D_{25}^{(k)} & D_{26}^{(k)} \\ D_{31}^{(k)} & D_{32}^{(k)} & D_{33}^{(k)} & D_{34}^{(k)} & D_{35}^{(k)} & D_{36}^{(k)} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ V_1^{(k)} & V_2^{(k)} & V_3^{(k)} & V_4^{(k)} & V_5^{(k)} & V_6^{(k)} \\ W_1^{(k)} & W_2^{(k)} & W_3^{(k)} & W_4^{(k)} & W_5^{(k)} & W_6^{(k)} \end{pmatrix}$$

$$\text{et } I_{d_k}^{(k)} = \begin{pmatrix} e^{-j\xi\alpha_1^{(k)}d_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\xi\alpha_2^{(k)}d_k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j\xi\alpha_3^{(k)}d_k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-j\xi\alpha_4^{(k)}d_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-j\xi\alpha_5^{(k)}d_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-j\xi\alpha_6^{(k)}d_k} \end{pmatrix}$$

La matrice définie par la relation suivante :

$$T^{(k)} = A^{(k)} I_{d_k}^{(k)} A^{(k)-1} \quad (1.22)$$

est appelée matrice de transfert de la couche (k) .

La continuité du champ acoustique (condition d'adhérence parfaite) à l'interface entre la couche (k) et la couche $(k+1)$ s'exprime par :

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{zz}^{(k)} \\ \bar{\sigma}_{xz}^{(k)} \\ \bar{\sigma}_{yz}^{(k)} \\ u_x^{(k)} \\ u_y^{(k)} \\ u_z^{(k)} \end{pmatrix}_{z=d^{(k)}} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{zz}^{(k+1)} \\ \bar{\sigma}_{xz}^{(k+1)} \\ \bar{\sigma}_{yz}^{(k+1)} \\ u_x^{(k+1)} \\ u_y^{(k+1)} \\ u_z^{(k+1)} \end{pmatrix}_{z=0^{(k+1)}} \quad (1.23)$$

ce qui, compte tenu de la relation (1.21), permet d'exprimer les contraintes et déplacements sur la surface supérieure de la couche $(k+1)$ en fonction des contraintes et déplacements sur la surface inférieure de la couche (k) . En procédant de proche en proche, à partir de $k=1$ et jusqu'à $k=N-1$, on aboutit alors à une relation globale reliant les contraintes et déplacements aux deux surfaces externes de la plaque multicouche :

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{zz}^{(N)} \\ \bar{\sigma}_{xz}^{(N)} \\ \bar{\sigma}_{yz}^{(N)} \\ u_x^{(N)} \\ u_y^{(N)} \\ u_z^{(N)} \end{pmatrix}_{z=d^{(N)}} = T \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{zz}^{(1)} \\ \bar{\sigma}_{xz}^{(1)} \\ \bar{\sigma}_{yz}^{(1)} \\ u_x^{(1)} \\ u_y^{(1)} \\ u_z^{(1)} \end{pmatrix}_{z=0^{(1)}} \quad (1.24)$$

avec $T = T^{(N)}T^{(N-1)} \dots T^{(1)}$.

La prise en compte des conditions de surfaces libres (contraintes nulles) permet, après extraction du sous-système supérieur de la relation (1.24), d'obtenir :

$$\begin{pmatrix} T_{14} & T_{15} & T_{16} \\ T_{24} & T_{25} & T_{26} \\ T_{34} & T_{35} & T_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x^{(1)} \\ u_y^{(1)} \\ u_z^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

qui possède des solutions non nulles si son déterminant s'annule.

Les vitesses de phase des ondes de Lamb dans la plaque sont donc obtenues en déterminant les valeurs de ξ qui sont solutions de l'équation :

$$\begin{vmatrix} T_{14} & T_{15} & T_{16} \\ T_{24} & T_{25} & T_{26} \\ T_{34} & T_{35} & T_{36} \end{vmatrix} = 0 \quad (1.26)$$

L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle souffre d'instabilités numériques aux hautes fréquences. Plus exactement, pour les valeurs élevées du produit fréquence-épaisseur, les matrices $T^{(k)}$ de chaque couche deviennent mal conditionnées : certains termes divergent alors que d'autres deviennent très petits. Le calcul numérique fournit alors des résultats erronés ⁶⁶. Pour pallier à ce problème, plusieurs techniques ont été proposées.

La **technique de l'opérateur delta**, introduite par Dunkin ⁶⁷, consiste à reformuler la méthode de la matrice de transfert en considérant une matrice de ses sous-déterminants. Appliqué pendant longtemps au cas des multicouches isotropes uniquement ⁶⁸, l'opérateur delta a été adapté assez récemment au cas des couches anisotropes ⁶⁹. Cette technique améliore indéniablement la stabilité de l'algorithme, mais alourdit assez conséquemment le formalisme.

Une autre méthode ⁷⁰, exploitant les **ondes de Floquet**, permet également de contourner le problème de la divergence numérique pour le cas multicouche anisotrope. Le principe est de considérer un milieu virtuel infiniment périodique, fait de répétitions successives de l'assemblage de couches formant la plaque considérée. Les solutions des équations de propagation d'un tel milieu (appelées ondes de Floquet ^{71,72}) sont alors des combinaisons linéaires des ondes se propageant dans la plaque seule.

La dernière méthode est une formulation matricielle fondamentalement différente de la matrice de transfert. Il s'agit de la **méthode de la matrice globale** ⁷³, qui permet de représenter directement la plaque multicouche par une unique matrice. Cette méthode est réputée robuste aux valeurs élevées du produit fréquence-épaisseur et parfaitement applicable au cas anisotrope. Cependant, la taille de la matrice globale croît rapidement avec le nombre de couches et le calcul numérique peut alors s'avérer assez lourd ⁶⁶.

1.2.3 Les techniques de génération

a) Les méthodes avec contact

La méthode la plus classique pour générer des ondes de Lamb est sans conteste l'utilisation d'un **transducteur à sabot** (encore appelé coin)³. Son principe est l'injection par la surface de la plaque d'une onde longitudinale sous incidence oblique. Ceci est réalisé grâce à un élément piézoélectrique vibrant en mode piston et couplé à un coin solide assurant l'inclinaison (fixe ou variable) du faisceau ultrasonore (Figure 1-4-a). L'emploi d'un milieu de couplage (liquide ou gel) entre le sabot et la surface de la plaque est indispensable afin de permettre une bonne transmission des ondes mécaniques.

La sélection du mode généré est théoriquement permise par le choix de l'angle d'incidence θ , suivant une relation dérivée de la simple loi de Snell-Descartes :

$$\theta = \arcsin\left(\frac{c_S}{c_L}\right) \quad (1.27)$$

où c_L est la vitesse de phase de l'onde de Lamb souhaitée (obtenue grâce aux courbes de dispersion) et c_S est la vitesse de phase des ondes longitudinales dans le matériau constituant le sabot.

Outre le fait qu'elle soit simple, bon marché et facilement portable, le gros avantage de cette méthode est donc la possibilité de sélectionner facilement les modes générés. On remarquera cependant que d'après la relation (1.27), aucun angle d'incidence ne permet de générer une onde de Lamb dont la vitesse de phase est inférieure à c_S . La solution peut alors consister à remplacer le matériau constituant le sabot (plexiglas le plus souvent, avec $c_S \approx 3000$ m/s) par un autre dans lequel les ondes longitudinales se propagent moins vite. Un liquide comme l'eau⁷⁴ pourra par exemple faire l'affaire.

D'autre part, le fait que le transducteur sabot soit de taille finie pondère quelque peu la sélectivité des modes. En effet, pour une onde de Lamb de vitesse c_L , même si l'angle d'incidence optimal est bien celui qui satisfait la relation (1.27), l'excitation reste effective pour une certaine plage angulaire autour de cet angle optimal. Plus la zone d'excitation est

réduite et plus cette plage angulaire est large³. Ceci étant vrai pour chacun des modes existant à une fréquence donnée, il apparaît que des modes parasites peuvent être excités malgré tout, même lorsque l'angle d'incidence est optimisé pour l'excitation d'un mode donné (chevauchement des plages angulaires).

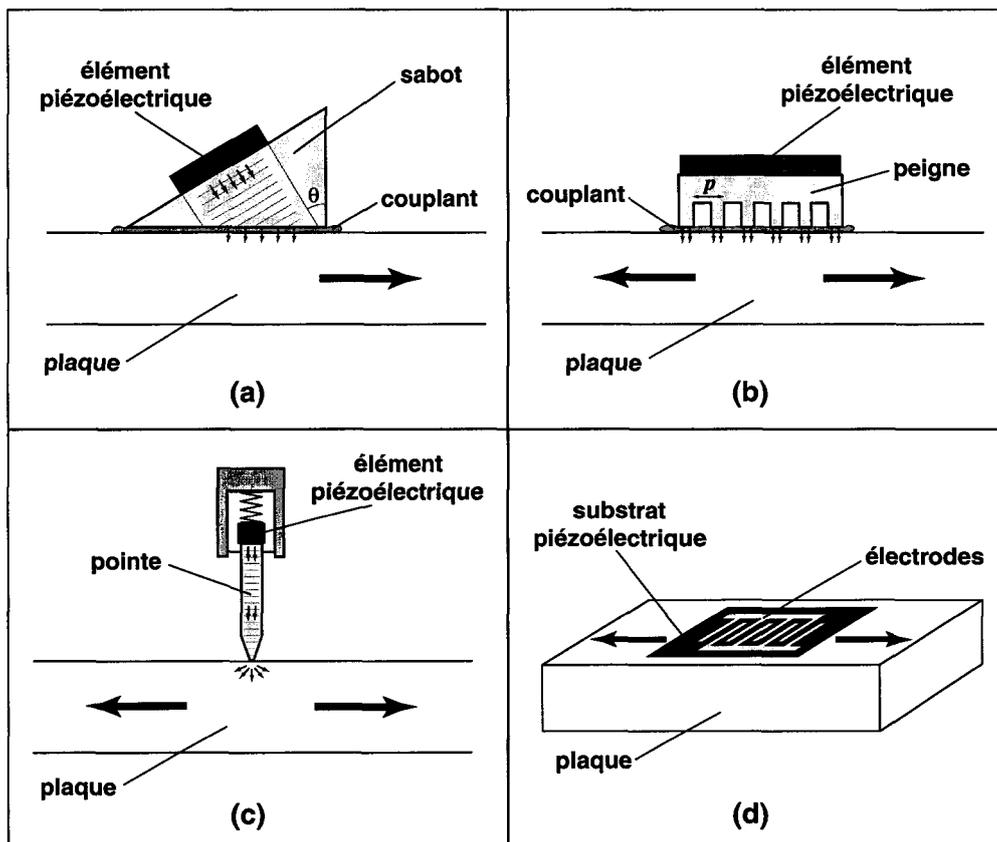


Figure 1-4 : Les principaux procédés d'excitation des ondes de Lamb avec contact.

(a) Transducteur à sabot ; (b) Transducteur à peigne ; (c) Transducteur à contact solide ;
(d) Transducteur interdigité

Une autre méthode, dont le principe n'est pas plus récent que celui du sabot mais qui suscite un vif regain d'intérêt depuis quelques temps, est celle du **transducteur à peigne**^{3,75}. Cette méthode consiste à exciter la plaque par une série de perturbations périodiquement espacées sur sa surface. L'emploi d'un élément piézoélectrique couplé à un support de forme adéquate est un exemple classique (Figure 1-4-b).

Le mode préférentiellement excité de cette manière est celui dont la longueur d'onde est égale au pas p du peigne. Cependant, comme dans le cas du sabot, la largeur finie du transducteur implique la présence éventuelle de modes parasites.

C'est pourquoi un certain nombre de travaux récents ont porté sur une généralisation de ce principe, qui est le **transducteur multi-élément à déphasages variables**^{4,76} (voir également la section 4.2 du présent rapport). Dans ce cas, la possibilité de ne plus exciter tous les éléments en phase, mais d'ajuster les retards d'excitation pour chacun permet d'optimiser la sélectivité des modes.

Certaines conditions expérimentales peuvent interdire aussi bien l'emploi d'un couplant, que l'utilisation de transducteurs collés de façon permanente (contrôles à hautes températures, par exemple). Dans ces cas de figure, une solution envisageable est le **transducteur à contact solide** (ou contact hertzien)⁷⁷. Le principe de la méthode consiste à venir appuyer un élément solide vibrant (sous la forme d'une pointe le plus souvent) sur la surface de la pièce à exciter (Figure 1-4-c). Une zone de contact, créée par la déformation élastique des solides et de taille variable suivant la force appliquée, permet alors la transmission des ondes d'un solide à l'autre sans le recours à un milieu de couplage.

Si cette technique permet une génération efficace des ondes de Lamb, elle permet difficilement le contrôle des modes excités. En effet, la taille très réduite de la zone d'excitation obtenue de cette manière (de l'ordre de 10 à 20 μm de rayon, typiquement) implique une grande largeur de bande en nombres d'onde. De plus, la reproductibilité n'est assurée qu'au prix d'un contrôle précis de la force appliquée et des bonnes propriétés du matériau de contact⁷⁷.

Bien connu pour l'excitation des ondes de surfaces^{55,84} dans les solides piézoélectriques, le principe du **transducteur à électrodes interdigitées** peut être généralisé au cas des ondes de Lamb. Un schéma particulier de pistes conductrices, faisant office d'électrodes, est alors gravé sur un substrat piézoélectrique (Figure 1-4-d). Une fois fixé sur une plaque, ce substrat piézoélectrique excité par l'intermédiaire des électrodes gravées va générer des ondes de Lamb. Des matériaux piézoélectriques tels que le niobate de lithium⁷⁸ ou le PVDF (polyvinylidene fluoride)⁴⁷ ont permis d'obtenir de très bons résultats.

En fonction de la configuration choisie pour les électrodes, il est possible d'exciter sélectivement les modes désirés. On notera par ailleurs que le PVDF est un matériau piézoélectrique souple, qui se présente sous la forme de fines feuilles métallisées. Il permet donc de réaliser des transducteurs très peu encombrants et son application sur toutes sortes de

surfaces ne pose pas de problème. Cette méthode d'excitation apparaît donc comme une des techniques envisageables pour la mise au point d'un système de contrôle-santé intégré à ondes de Lamb.

b) Les méthodes sans contact

Historiquement, le **transducteur électro-magnéto-acoustique** ^{79,80} (couramment désigné par le sigle **EMAT**, de l'anglais 'ElectroMagnetic Acoustic Transducer') est le premier dispositif qui a permis la génération d'ondes ultrasonores sans aucun contact physique avec le substrat. Ce type de transducteur est généralement constitué d'un serpentín de fil électriquement conducteur, surmonté par un aimant permanent (Figure 1-5-a). L'EMAT doit être approché de la surface du matériau dans lequel on souhaite générer des ultrasons, mais sans le toucher. La circulation d'un courant électrique alternatif dans le serpentín va alors causer l'apparition de courants induits (courants de Foucault) au voisinage de la surface du matériau, qui doit être obligatoirement conducteur. La présence du champ magnétique statique créé par l'aimant va donc avoir pour effet de créer des forces de Lorentz au sein du matériau, qui vont se traduire par la génération d'ondes acoustiques.

En ce qui concerne la génération des ondes de Lamb, cette méthode d'excitation donne de très bons résultats. Il est en effet possible d'adapter la configuration de l'EMAT (géométrie du serpentín, en particulier) afin d'exciter principalement un mode donné ⁷⁹. Le principal défaut que l'on peut trouver à la génération par EMAT est le fait que le matériau de propagation doit être conducteur, ce qui limite fortement le caractère universel de la méthode.

Une autre technique apparemment prometteuse de génération sans contact est l'utilisation d'un **transducteur ultrasonore à couplage aérien**. Basé sur le même principe d'excitation que le transducteur à sabot présenté au paragraphe précédent (onde longitudinale sous incidence oblique), ce type de transducteurs permet de transmettre des ondes ultrasonores dans le matériau, sans milieu de couplage autre que l'air (Figure 1-5-b). Les transducteurs capables de cette performance se présentent essentiellement sous deux formes.

Le premier type de ces transducteurs est constitué de matériaux appelés piézo-composites ⁸¹. Il s'agit d'éléments constitués de morceaux de matériau piézoélectrique enrobés dans un polymère. Cette technologie permet d'abaisser l'impédance acoustique du

transducteur et donc de limiter la rupture d'impédance avec l'air. L'utilisation de ce type de transducteurs pour l'excitation des ondes de Lamb semble fournir des résultats assez satisfaisants⁸².

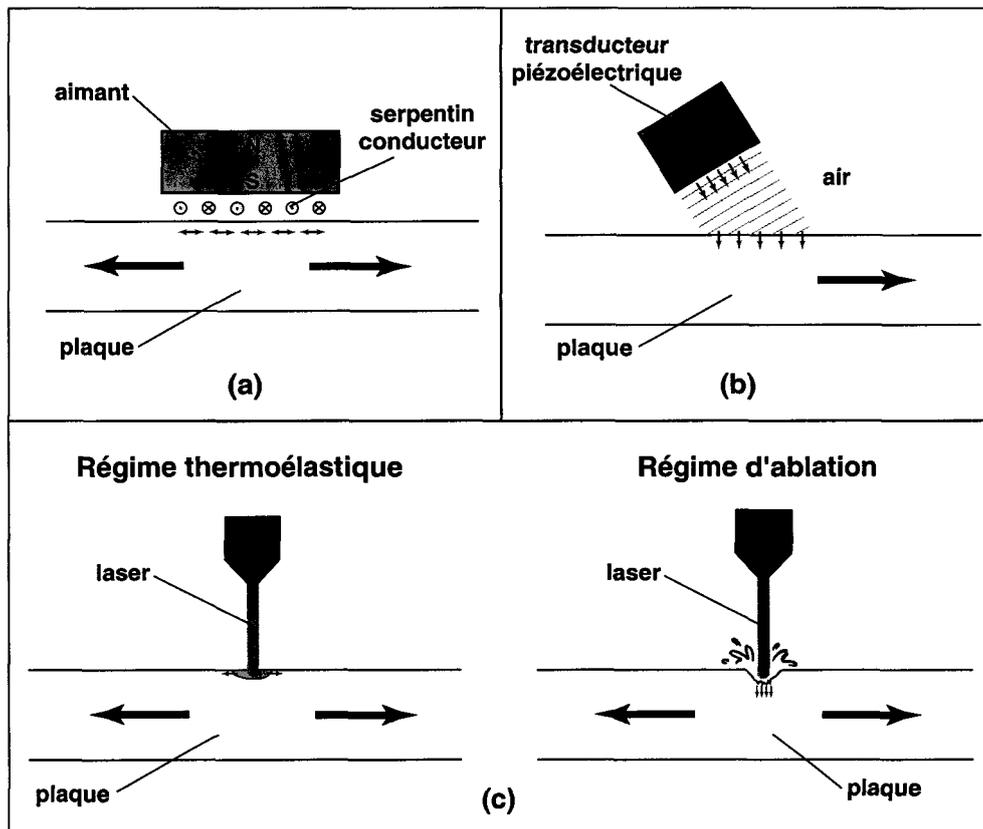


Figure 1-5 : Les méthodes d'excitation sans contact. (a) Transducteur EMAT ;
(b) Transducteur à couplage aérien ; (c) Génération laser

Le second type de transducteur, dit capacitif, comprend une membrane souple mise en vibration grâce à des phénomènes électrostatiques. Les rapports signal à bruit obtenus avec ces transducteurs sont en général assez faibles. De récentes améliorations ont cependant permis une excitation efficace d'ondes de Lamb²⁷.

Si la génération par couplage aérien permet de sélectionner très précisément les modes excités, elle souffre de quelques inconvénients tels que le faible rendement de la génération ou le positionnement très délicat des transducteurs. En outre, les transducteurs capacitifs sont relativement fragiles et nécessitent un appareillage assez complexe et onéreux.

La génération des ultrasons par **laser** est une autre méthode très en vogue actuellement^{83,84}. Appliqué sur la surface d'un solide, un faisceau laser va créer un échauffement local de la matière qui va induire une perturbation mécanique (Figure 1-5-c). Des ondes acoustiques vont alors se propager à partir du point d'impact. Dans le cas d'une plaque, des ondes de Lamb vont être générées. Au delà d'une certaine valeur de la densité de puissance du faisceau laser incident (appelée seuil d'ablation), le matériau se vaporise localement. Ce seuil d'ablation implique l'existence de deux mécanismes d'excitation distincts^{83,84}.

Le premier mécanisme se produit lorsque la densité de puissance de la source laser est inférieure au seuil d'ablation. Dans ce cas, une dilatation locale réversible du matériau se produit, engendrant l'apparition de forces transitoires tangentes à la surface. Ce mode d'excitation est appelé régime thermoélastique.

Le second mécanisme, qui a lieu pour les densités de puissance supérieures au seuil d'ablation, met en jeu un phénomène de vaporisation de la matière (ablation). Ceci a pour effet la création dans le matériau de forces principalement normales à la surface. On désigne ce mécanisme par le terme de régime d'ablation.

Outre le fait qu'il s'agisse d'une méthode très coûteuse et peu portable, un inconvénient majeur de la génération par laser est sans doute le fait que l'excitation des modes soit incontrôlée. En effet, puisque l'excitation consiste typiquement en l'application d'un champ de contraintes très localisé (point d'impact du laser) durant un temps très bref (durée de l'impulsion lumineuse), une large gamme de nombres d'onde et une non moins large gamme de fréquences seront excitées. Quelques méthodes permettant une relative sélection des modes ont cependant vu le jour récemment. Ces méthodes consistent à appliquer l'énergie lumineuse, non plus sur une zone concentrée et unique, mais sur une série de zones séparées d'un pas égal à la longueur d'onde du mode désiré^{85,86}. Ceci a pour effet une sélection en terme de nombre d'onde. Quant à la sélection en fréquence, elle peut être réalisée par des pulsations répétées du laser⁸⁵.

c) *Les techniques courantes de modélisation*

Afin d'optimiser les méthodes de génération des ondes de Lamb, il est nécessaire de disposer de modèles fiables des phénomènes mis en jeu. Le but de ce paragraphe est de présenter les principales techniques disponibles.

Dans les cas simples, des **modèles analytiques** de comportement d'une plaque solide permettent de traiter le problème de la génération des ondes de Lamb. Le principe de ces modèles est basé sur un calcul direct, par résolution des équations du mouvement en tenant compte des relations constitutives du matériau et des conditions aux limites. Dans la plupart des cas, la résolution est facilitée par l'utilisation de techniques de transformations intégrales des équations (transformées de Fourier, de Laplace, ou de Hankel). Les conditions aux limites à introduire sont d'une part les conditions sur les deux surfaces de la plaque (contraintes nulles sauf dans la zone d'excitation, où elles sont supposées connues) et d'autre part la continuité des contraintes et déplacements aux interfaces, dans le cas des milieux multicouches.

Ce type de modélisation est applicable dans le cas où un champ de contraintes connu et localisé est imposé en surface de la plaque⁸⁷⁻⁸⁹. De façon plus concrète, cette méthode a été utilisée pour traiter le problème de l'excitation par transducteur à sabot³, par transducteur à peigne⁹⁰, et par impact laser (en régime thermoélastique)⁸³. Le cas du transducteur à couplage aérien a également été brièvement abordé⁸².

Cette méthode est certainement celle qui a le principe le plus simple de toutes. Son formalisme s'avère cependant rapidement très lourd, lorsque la complexité des structures augmente (anisotropie, multicouche, excitation complexe, etc.).

Pour le traitement des cas plus complexes, les **méthodes numériques** constituent une alternative séduisante. Parmi celles-ci, la méthode des éléments finis (MEF) occupe une place de premier rang. Quelques détails sur cette méthode sont donnés au début du chapitre 2, et nous n'allons donc pas nous étendre ici sur ce point. Le calcul fournit les valeurs des déplacements en un nombre fini de points de la structure (appelés nœuds du maillage).

Le comportement d'une plaque soumise à la perturbation produite par un transducteur à couplage aérien a pu être calculé de cette façon ⁸². D'autres auteurs ⁹¹ ont étudié, grâce à un modèle éléments finis, la réponse d'une plaque à une source d'émission acoustique, qui représente une excitation localisée et transitoire, et donc transposable par exemple au cas du laser. On notera également qu'une méthode numérique particulière a permis de traiter le problème de l'excitation d'une plaque par un transducteur EMAT ⁹².

D'un point de vue physique, les méthodes de modélisation numériques ne sont pas aussi satisfaisantes que les méthodes analytiques. Il est en effet plus difficile d'interpréter physiquement les résultats obtenus. De plus, généralement, les influences des différents paramètres du système ne peuvent être évaluées que par essais successifs, à la différence des formulations analytiques où ces paramètres apparaissent directement dans les équations.

La méthode de **développement en modes normaux** ⁵⁵ est certainement une des méthodes les mieux adaptées aux problèmes d'excitation des guides d'onde. Les ondes de Lamb étant des ondes guidées particulières, cette méthode pourra être appliquée sans problème aux cas de figure qui nous intéressent ici. Son principe, basé sur des relations d'orthogonalité entre modes propres, est présenté en détails au chapitre 3.

Un des grands avantages du développement en modes normaux est qu'il permet d'obtenir directement la contribution de chaque onde de Lamb au champ acoustique total dans la plaque. Il a été appliqué au cas de l'excitation par un transducteur à sabot ^{74,93}, un transducteur EMAT ⁵⁵, et un transducteur à contact solide ⁹⁴.

Un inconvénient de cette méthode est que le cas de l'excitation transitoire ou l'introduction des pertes dans les matériaux ne sont pas immédiats et nécessitent des adaptations.

Les **méthodes hybrides**, qui exploitent simultanément les principes de deux des trois techniques présentées précédemment, semblent être assez prometteuses. Ainsi, on a vu ces derniers temps apparaître des méthodes de modélisation consistant en un calcul numérique local, dont les résultats sont extrapolés à l'ensemble de la structure au moyen d'un développement en modes normaux ^{76,95}.

1.3 Conclusion

Comme nous venons de le voir dans ce chapitre, le comportement spécifique des matériaux composites impose des précautions importantes au cours de leur utilisation. En particulier, dans le secteur aéronautique, des contrôles fréquents et approfondis de la santé des pièces en matériaux composites sont nécessaires. Les objectifs de réduction des coûts, associés aux impératifs de sécurité, conduisent alors à la notion relativement nouvelle de contrôle-santé intégré. On parle aussi de concept de matériaux sensibles.

Parmi les méthodes envisagées pour l'élaboration de ces matériaux sensibles, les bonnes propriétés des ondes de Lamb les classent parmi les meilleures candidates. Toutefois, la plupart des techniques actuelles de génération des ondes de Lamb ne se prêtent pas à l'intégration dans les matériaux. C'est pourquoi on s'orientera plutôt vers une génération par des éléments piézoélectriques intégrés de petites dimensions. Afin d'espérer optimiser ce type de système (et en particulier acquérir la capacité de contrôler les modes générés), il est nécessaire de disposer d'un outil de modélisation adapté.

Les méthodes de modélisation adaptées aux techniques classiques de génération constituent une base solide pour le développement d'un modèle de matériau sensible à ondes de Lamb. Cependant, leur application ne permet pas de traiter directement le cas qui nous concerne ici. En effet, ces méthodes consistant essentiellement à calculer le comportement d'une plaque soumise à une excitation déterminée, une composante importante du problème serait laissée de côté.

Dans notre cas, le transducteur et la plaque étant par principe intimement liés, la modélisation proposée devra considérer l'ensemble de ces deux éléments comme un tout. Ainsi, l'effet piézoélectrique jouant un rôle déterminant dans le comportement du système, il devra faire partie intégrante de la modélisation.

Dans un premier temps, l'application d'une méthode numérique (méthode des éléments finis), capable de prendre en compte non seulement la partie mécanique du problème, mais aussi la partie piézoélectrique, sera testée sur un cas particulier (chapitre 2). Puis nous orienterons notre étude vers la mise en œuvre et l'application d'une méthode

hybride (méthode des éléments finis + développement en modes normaux) plus adaptée (chapitres 3 et 4).

Chapitre 2

Étude préliminaire : faisabilité

pratique et modélisation

approchée

Ce chapitre sera consacré à la caractérisation d'un spécimen de première génération, constitué d'un élément piézoélectrique inséré dans une plaque composite. Une modélisation approchée du comportement de ce spécimen a été développée à l'aide de la méthode des éléments finis (MEF). Des mesures réalisées sur le spécimen réel ont alors été comparées aux résultats obtenus numériquement. Ce travail a montré le potentiel de la MEF pour ce type de problème, tout en mettant néanmoins à jour ses insuffisances et le besoin d'une méthode de modélisation plus adaptée. Sur le plan expérimental, une très bonne génération d'ondes de Lamb par le transducteur inséré a été mise en évidence. En particulier, le mode de vibration radial du transducteur s'est avéré des plus prometteurs.

2.1 Position du problème

2.1.1 Objectif de l'étude

On se propose dans ce chapitre de vérifier la possibilité effective de générer des ondes de Lamb à l'aide d'un transducteur piézoélectrique totalement inséré dans le matériau. Le contrôle des ondes générées par cette méthode d'excitation étant un problème non trivial, le travail présenté ici aura également pour but d'éclaircir quelque peu ce point.

Afin d'être capable de prévoir le comportement du transducteur, son interaction avec le matériau environnant et le type d'ondes ultrasonores qu'il excitera dans la plaque, l'utilisation d'une technique de modélisation appropriée est nécessaire. Les matériaux considérés étant anisotropes et l'effet piézoélectrique devant être pris en compte, un traitement analytique de ce problème s'avère complexe. C'est pourquoi la méthode des éléments finis (MEF), qui a déjà eu l'occasion de faire ses preuves pour la modélisation de transducteurs ultrasonores basses^{96,97} ou hautes⁹⁸ fréquences, sera utilisée ici. En effet, la MEF permet de calculer les champs de déplacement en fonction de la géométrie réelle et des propriétés des matériaux de la structure considérée. Pour une excitation électrique donnée du transducteur piézoélectrique, les modes de Lamb générés dans la plaque pourront donc être déterminés.

Par ailleurs, un spécimen de plaque composite équipée de transducteurs insérés (Figure 2-1) a servi de base expérimentale à ces travaux. Ce spécimen, élaboré à l'ONERA, a permis de vérifier la faisabilité pratique et d'étudier expérimentalement les propriétés d'un tel système. Les mesures effectuées ont permis de confronter les résultats de la modélisation éléments finis à l'expérience.

Après un bref exposé du principe de la méthode des éléments finis, les résultats de la modélisation du transducteur seul dans un premier temps, puis du système plaque composite / transducteur inséré seront présentés. Enfin, des résultats expérimentaux prometteurs seront donnés.

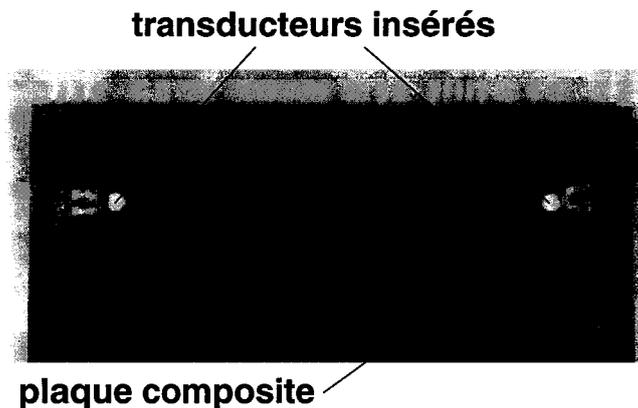


Figure 2-1 : Photographie du spécimen instrumenté

2.1.2 La méthode des éléments finis : notions de base

a) Généralités

Dans le cas où une résolution analytique du problème électromécanique est impossible ou difficile (absence ou défaut d'hypothèses simplificatrices), la méthode de résolution numérique dite des éléments finis peut bien souvent permettre d'aboutir à une solution. Ainsi, le code éléments finis ATILA⁹⁹, développé à l'ISEN (Institut Supérieur d'Électronique du Nord, basé à Lille), permet de modéliser des structures à géométries arbitraires, incluant des matériaux d'anisotropies quelconques et piézoélectriques. Le formalisme de la méthode des éléments finis¹⁰⁰ est désormais bien connu et de nombreux détails sur son application aux matériaux piézoélectriques sont disponibles^{96,98}. Seuls les points essentiels seront donc rappelés ici.

Les relations de base du problème général sont les équations constitutives de la piézoélectricité :

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i = e_{ikl} S_{kl} + \epsilon_{ij}^S E_j \end{cases} \quad (2.1)$$

où $[\sigma_{ij}] = \boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes, $[S_{kl}] = \mathbf{S}$ le tenseur des déformations, $[E_k] = \mathbf{E}$ le vecteur champ électrique, $[D_i] = \mathbf{D}$ le vecteur induction électrique ; $[c_{ijkl}^E] = \mathbf{C}^E$ est le tenseur

élastique à champ électrique constant, $[e_{ikl}] = \mathbf{e}$ le tenseur piézoélectrique et $[\epsilon_{ij}^s] = \epsilon^s$ le tenseur diélectrique à déformations constantes.

Sont à prendre en compte également, l'équation du mouvement :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

où $[u_i] = \mathbf{u}$ est le vecteur déplacement et ρ la masse volumique du matériau ; ainsi que l'équation de Poisson (densité de charges nulle) :

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.3)$$

À cela viennent s'ajouter les conditions aux limites, qui peuvent être de plusieurs types :

- déplacements imposés sur une surface (conditions de type Dirichlet),
- forces ou contraintes imposées sur une surface (conditions de type Neumann),
- potentiels électriques imposés aux électrodes,
- charges électriques imposées aux électrodes,
- annulation de la composante normale de l'induction électrique sur les surfaces dépourvues d'électrodes.

L'application du principe des travaux virtuels permet alors d'aboutir à une formulation intégrale du problème. On définit ainsi une quantité stationnaire mettant en jeu les champs de déplacement, de déformation et le champ électrique, et dont l'annulation des variations au premier ordre est strictement équivalente à la résolution de toutes les équations du problème, avec prise en compte de toutes les conditions aux limites ¹⁰¹. L'utilisation de ce « principe

variationnel » permet dans certains cas de simplifier grandement la résolution du problème. De plus, la formulation intégrale permet une discrétisation du domaine considéré en éléments de volume ou de surface (éléments finis).

b) Discrétisation et résolution

Comme son nom l'indique, la méthode numérique des éléments finis impose un découpage de la structure à modéliser en un nombre fini d'éléments. Les points d'intersection entre ces éléments sont appelés nœuds. Par l'intermédiaire de fonctions d'interpolations, les champs de déplacement et de potentiel dans la structure sont définis de manière unique en fonction des valeurs prises par ces champs en chaque nœud (valeurs nodales). Ainsi, pour un élément à n nœuds donné, le déplacement \mathbf{u}^e et le potentiel électrique φ^e associés à cet élément sont donnés en tout point par les relations suivantes :

$$\mathbf{u}^e = [N_1^e, N_2^e, \dots, N_n^e] \mathbf{U}^e = [N_u^e] \mathbf{U}^e \quad (2.4-a)$$

$$\varphi^e = [N_1^e, N_2^e, \dots, N_n^e] \Phi^e = [N_\Phi^e] \Phi^e \quad (2.4-b)$$

où \mathbf{U}^e et Φ^e sont les vecteurs des valeurs nodales des déplacements et potentiels pour l'élément e ; et $[N_i^e] = N_i^e [I_3]$, où $[I_3]$ est la matrice identité d'ordre 3 (3 composantes pour le déplacement). Ces fonctions d'interpolation $N_1^e, N_2^e, \dots, N_n^e$ (dont un exemple est donné dans la section 4.1.1), dépendent de la géométrie et du nombre et l'ordre des nœuds de l'élément.

Le problème est donc réduit à la détermination des valeurs nodales, qui sont évidemment en nombre fini. On est donc passé de cette manière d'un problème continu à un problème discret, ce qui ouvre la voie à une résolution numérique.

On peut alors déduire des relations (2.4-a) et (2.4-b), des relations d'interpolation pour le champ de déformations \mathbf{S} et le champ électrique \mathbf{E} . Puis, l'application du principe variationnel permet d'aboutir à l'équation de base de la méthode des éléments finis⁹⁶⁻⁹⁸ :

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2 [M] & [K_{u\varphi}] \\ [K_{u\varphi}]^T & [K_{\varphi\varphi}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ -\mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

où $[K_{uu}]$, $[K_{\varphi\varphi}]$ et $[K_{u\varphi}]$ sont respectivement les matrices de rigidité mécanique, diélectrique et piézoélectrique, et $[M]$ est la matrice de masse cohérente. Ces différentes matrices sont obtenues par l'assemblage des matrices propres à chaque élément du maillage. Leurs expressions sont détaillées en annexe B. ω est la pulsation de l'excitation harmonique considérée. L'exposant τ symbolise la transposition matricielle.

La résolution de ce système permet de déterminer toutes les valeurs nodales \mathbf{U} et Φ , en fonction des termes d'excitation \mathbf{F} (valeurs des forces nodales appliquées) et \mathbf{Q} (valeurs des charges électriques nodales appliquées).

Suivant le type d'analyse souhaité, plusieurs cas de résolution de l'équation (2.5) peuvent alors être considérés :

- **Analyse statique** : la structure, isolée électriquement ($\mathbf{Q} = 0$) est sollicitée par des forces nodales statiques \mathbf{F} et/ou des potentiels statiques Φ aux nœuds des électrodes. La pulsation ω est supposée nulle.
- **Analyse modale** : ce type d'analyse est destiné à déterminer les modes de vibration propres de la structure. Les forces nodales \mathbf{F} sont supposées nulles et suivant les cas, le potentiel aux électrodes (analyse en court-circuit) ou la charge électrique (analyse en circuit ouvert) sont supposés nuls.
- **Analyse harmonique** : la structure est dans ce cas sollicitée par une excitation harmonique ($\omega \neq 0$). Cette excitation peut se manifester sous la forme de forces nodales harmoniques imposées, ou de potentiels harmoniques imposés aux électrodes.

Il sera uniquement question dans la suite, d'une excitation de la structure par un potentiel harmonique imposé aux électrodes. En supposant que les électrodes de référence sont toutes reliées à la masse (potentiel de référence nul) et que les électrodes excitatrices (ou électrodes chaudes) sont toutes soumises au même potentiel harmonique φ_0 de pulsation ω , la relation (2.5) devient :

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2[M] & [K_{u\varphi}] \\ [K_{u\varphi}]^T & [K_{\varphi\varphi}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \varphi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{j\omega} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

où I est le courant entrant aux électrodes chaudes de la structure.

À partir de cette équation (2.6), on peut alors déterminer le vecteur \mathbf{U} des valeurs nodales du déplacement (et donc le champ de déplacements dans toute la structure), ainsi que l'impédance électrique de la structure piézoélectrique, donnée par $Z = \varphi_0 / I$:

$$[K_{uu}] - \omega^2[M] \mathbf{U} = -[K_{u\varphi}] \varphi_0 \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{Z} = -j\omega \left([K_{\varphi\varphi}] - [K_{u\varphi}]^T [K_{uu}] - \omega^2[M]^{-1} [K_{u\varphi}] \right) \quad (2.8)$$

À partir de cette impédance électrique, il est possible, pour chaque mode de vibration, d'identifier les paramètres du circuit électrique équivalent. On peut alors déterminer les différentes fréquences caractéristiques du transducteur ¹⁰², et notamment les fréquences de résonance f_r et d'antirésonance f_a . Une valeur approchée au premier ordre du coefficient de couplage électromécanique k_e est alors donnée, pour chaque mode, par :

$$k_e = \sqrt{1 - \left(\frac{f_r}{f_a} \right)^2} \quad (2.9)$$

Dans le cas idéal d'un transducteur piézoélectrique sans perte, cette expression fournira une bonne approximation de la valeur réelle de k_e .

Il a été montré qu'en règle générale, une bonne précision des résultats est assurée à la condition que la plus grande dimension de chaque élément du maillage soit inférieure à $\lambda/4$, où λ est la plus petite longueur d'onde à prendre en compte ⁹⁹.

c) *Prise en compte des pertes*

La méthode des éléments finis permet de prendre en compte assez facilement les dissipations d'énergie dans les matériaux. La technique classique consiste simplement à

représenter les pertes intrinsèques aux matériaux par l'intermédiaire de constantes complexes. Dans le cas général d'une structure piézoélectrique, il existe trois types différents de pertes :

- **Pertes mécaniques** : elles sont dues essentiellement à des phénomènes non adiabatiques d'échanges thermiques internes. Elles sont prises en compte par l'introduction d'une partie imaginaire au tenseur élastique : $\mathbf{C}^E = (\mathbf{C}^E)' + j(\mathbf{C}^E)''$.
- **Pertes diélectriques** : ces pertes sont dues essentiellement à l'existence d'un hystérésis champ-charge. Elles sont décrites de la même façon, par la partie imaginaire du tenseur diélectrique : $\boldsymbol{\epsilon}^S = (\boldsymbol{\epsilon}^S)' + j(\boldsymbol{\epsilon}^S)''$.
- **Pertes piézoélectriques** : pour des raisons de cohérence, il convient d'introduire également une partie imaginaire au tenseur piézoélectrique : $\mathbf{e} = (\mathbf{e})' + j(\mathbf{e})''$. Ce type de pertes accompagne dans le formalisme les pertes mécaniques et diélectriques, mais n'a pas d'interprétation physique simple.

Pour un matériau passif, l'énergie dissipée (pertes) doit être nécessairement positive. Cette considération impose un certain nombre de conditions sur les valeurs des parties imaginaires de ces coefficients. Toutes ces conditions sont exposées en détail par Holland¹⁰³ et il est donc inutile de les rappeler ici.

2.2 Modélisation par la méthode des éléments finis

2.2.1 Transducteur dans le vide

a) Description de la modélisation

Le transducteur utilisé dans cette application est un cylindre en céramique piézoélectrique PZT, de 2 mm d'épaisseur pour un rapport rayon sur épaisseur de 1,25 (Figure 2-2). Ces dimensions ont été adoptées pour des raisons pratiques et seront justifiées plus loin (section 2.3.1).

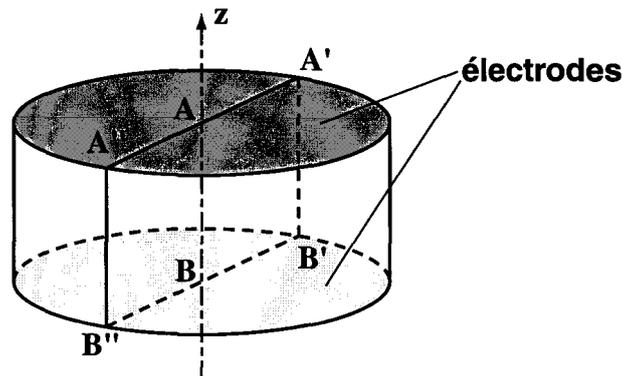


Figure 2-2 : Description géométrique du transducteur

La première étape logique de la présente étude consiste à caractériser le comportement vibratoire de cet élément piézoélectrique. Pour cela, une modélisation éléments finis préliminaire du transducteur, avec les surfaces mécaniquement libres, a été réalisée. Puisque ce type de céramique piézoélectrique correspond à un matériau de classe cristalline 6mm et que la polarisation de l'élément considéré est dirigée suivant l'axe z , celui-ci est donc un axe de révolution. Une modélisation axisymétrique peut donc être effectuée et un maillage éléments finis bidimensionnel est suffisant pour décrire le problème (Figure 2-3).

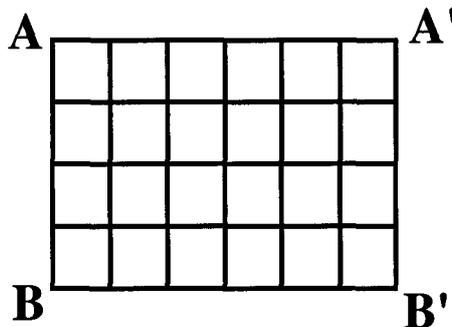


Figure 2-3 : Maillage éléments finis bidimensionnel du transducteur

b) Détermination de l'impédance électrique et interprétations

L'impédance électrique étant un bon indicateur de comportement vibratoire d'un transducteur piézoélectrique, celle-ci a été déterminée en utilisant la relation (2.8). La gamme de fréquence considérée (50 à 1300 kHz) contient les modes de résonance principaux du transducteur. Le module de cette impédance électrique calculée a été comparé aux valeurs d'impédance mesurées à l'aide d'un analyseur de réseau HP 419A (Figure 2-4).

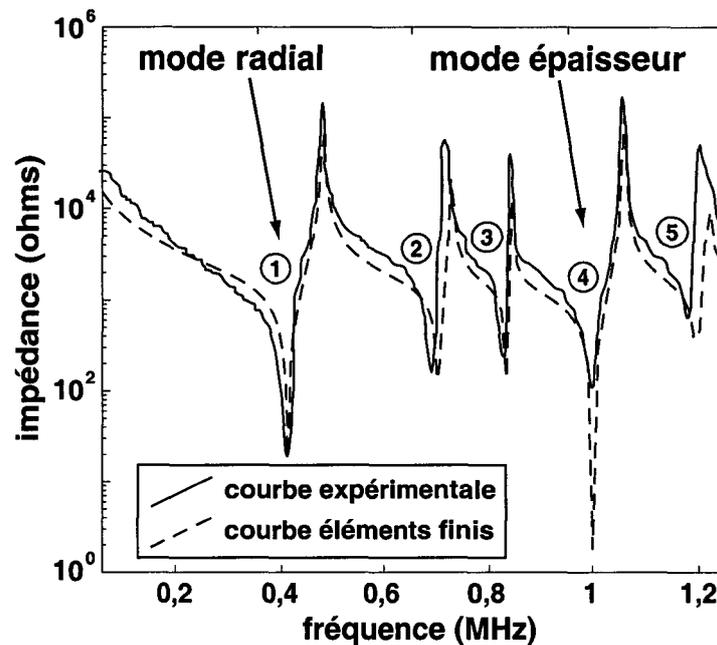


Figure 2-4 : Module de l'impédance électrique du transducteur dans le vide

Un très bon accord est obtenu entre les deux courbes. Les petites différences observées peuvent être justifiées notamment par les incertitudes inévitables sur les valeurs des constantes du matériau PZT (coefficients mécaniques, diélectriques et piézoélectriques), ainsi que la non prise en compte des pertes. Nous considérerons cependant pour la suite, que la concordance entre les deux courbes est suffisamment précise pour valider à la fois les valeurs des constantes du matériau, et l'hypothèse de l'absence de pertes dans l'élément piézoélectrique.

Ces courbes mettent en évidence la présence de cinq modes apparents dans la gamme de fréquences considérée. Pour chacun de ces modes, l'efficacité de la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique peut être estimée grâce à la détermination du coefficient de couplage électromécanique (relation 2.9). Puisque les pertes dans le matériau piézoélectrique sont négligées, les fréquences de résonance f_r correspondent, sur la courbe, aux minima du module de l'impédance et les fréquences d'antirésonance f_a correspondent aux maxima^{98,102}.

c) Identification des modes de vibration libres

Parmi les cinq modes propres repérés, les modes numérotés 1 et 4 possèdent les coefficients de couplage électromécanique les plus importants ($k_e = 52\%$ et 33% respectivement). Au vu de leurs fréquences et d'après les données du fournisseur, ces modes

doivent correspondre aux deux modes fondamentaux de l'élément piézoélectrique, à savoir le mode radial (élongation et compression suivant le rayon) et le mode épaisseur (élongation et compression suivant l'épaisseur).

Outre l'impédance électrique du transducteur, la modélisation éléments finis permet de déterminer son champ de déplacement pour chaque fréquence. Afin de confirmer les modes de vibration, la partie réelle du champ de déplacement a été représentée pour les modes 1 et 4 (Figure 2-5). Il convient ici de préciser que, le potentiel électrique appliqué aux électrodes du transducteur étant choisi comme référence des phases, la partie réelle correspond alors au déplacement à l'instant où ce potentiel est maximum (instant initial). Quant à la partie imaginaire, elle correspondrait au déplacement à l'instant où le potentiel électrique s'annule (un quart de période). Cette convention sera conservée dans toute la suite de ce travail et par souci de simplification, nous parlerons donc désormais sans plus de précision de la partie réelle ou imaginaire du champ de déplacement. Le tracé en pointillés représente le transducteur au repos.

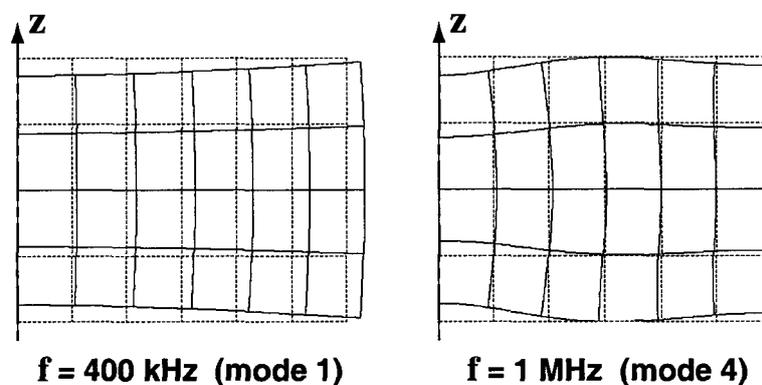


Figure 2-5 : *Partie réelle du champ de déplacement du transducteur*

Pour le mode 1, la présence notable d'une vibration suivant le rayon de l'élément piézoélectrique autorise à employer la dénomination « mode radial ». Cependant une déformation simultanée suivant l'axe de révolution (vibration en épaisseur) se produit également. On ne peut donc pas parler de mode radial pur. Quant au mode 4, s'il correspond visiblement bien à un mode épaisseur, la vibration n'est cependant pas uniforme sur toute la surface. Il ne s'agit donc pas d'un mode piston.

Le fait que les modes de vibration observés ne soient pas des modes purs est lié aux dimensions de l'élément piézoélectrique. En particulier, les valeurs de son diamètre et son épaisseur sont encore trop proches l'une de l'autre pour impliquer un parfait découplage entre les deux types de vibrations. Dans un souci de simplification, ces deux modes de vibration seront néanmoins appelés respectivement radial et épaisseur. Les modes 2, 3 et 5 (Figure 2-4) sont des modes harmoniques, mettant en jeu de forts couplages entre les vibrations radiales et axiales.

2.2.2 Modélisation du comportement du transducteur inséré

a) Description et hypothèses simplificatrices

La plaque considérée est constituée d'un matériau composite carbone-époxy à drapage dit "quasi-isotrope" $[0_4,45_4,90_4,-45_4]_s$ (la convention de notation standard des matériaux composites stratifiés est présentée en annexe C). Comme elle se compose de 32 couches (encore appelées plis) d'une épaisseur d'environ $120\ \mu\text{m}$ chacune, son épaisseur est d'approximativement $3,85\ \text{mm}$. La structure modélisée est composée de l'élément piézoélectrique présenté plus haut, inséré dans une portion de plaque composite de forme cylindrique et couplée à celle-ci par l'intermédiaire de résine époxyde (Figure 2-6). Les dimensions utiles sont mentionnées en millimètres sur la coupe y-z.

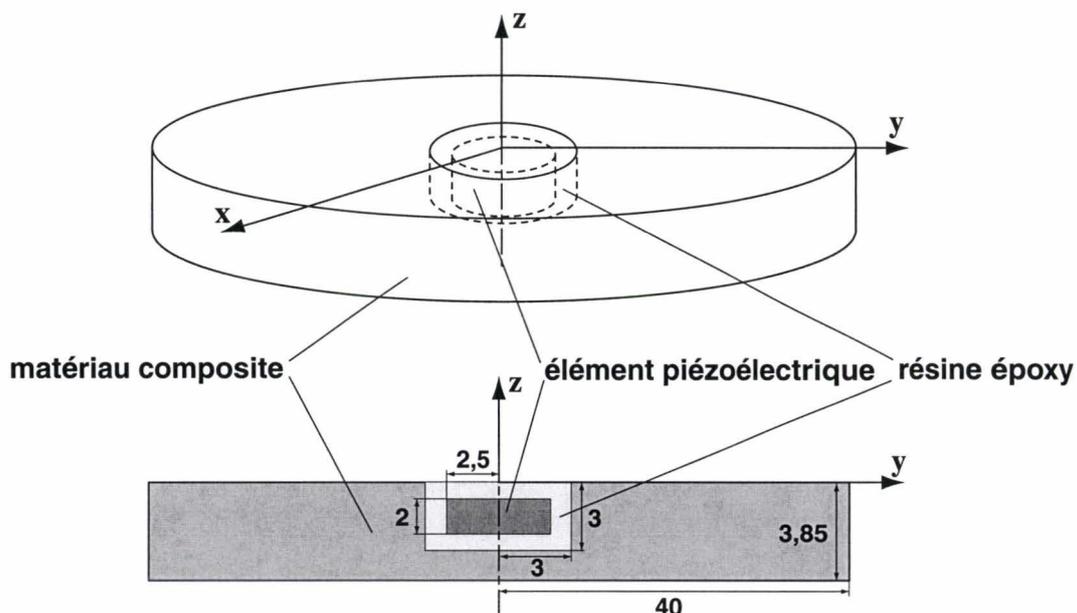


Figure 2-6 : Description de la structure modélisée

Strictement parlant, la structure en question ne possède cette fois pas de symétrie assez forte pour autoriser une modélisation bidimensionnelle. Le maillage éléments finis devrait donc être tridimensionnel.

On cherchera cependant à éviter autant que possible cette situation. La modélisation éléments finis en trois dimensions possède en effet plusieurs inconvénients. En premier lieu, la conception du maillage s'avère bien entendu beaucoup plus complexe que dans le cas bidimensionnel. Ensuite, l'exécution du calcul (détermination des matrices élémentaires, assemblage, résolution...) exige énormément plus de ressources informatiques et prend évidemment beaucoup plus de temps. L'encombrement des résultats est également accru et leur interprétation s'avère moins aisée.

Afin de s'affranchir du problème à trois dimensions, nous supposons donc que l'axe z est un axe de révolution. Comme dans le cas précédent du transducteur libre, un maillage bidimensionnel sera alors suffisant. Si cette hypothèse est incontestablement vérifiée pour la géométrie de la structure modélisée (Figure 2-6), elle peut sembler par contre, comme il vient d'être évoqué, plutôt cavalière en ce qui concerne les propriétés de la plaque composite hôte. Cependant, la présence de multiples orientations de fibres (0° , 45° , 90° et -45°) au sein de la plaque, réparties sur les 360 degrés, permet en effet de considérer intuitivement que le matériau composite est presque isotrope dans le plan xy . Le plaque composite sera donc modélisée comme un matériau équivalent de classe cristalline 6mm (de même que le matériau piézoélectrique). Pour cela, nous considérerons un matériau homogène équivalent, dont les coefficients élastiques (tenseur \mathbf{C}) sont obtenus en faisant une moyenne arithmétique des coefficients élastiques de chacune des couches. Le choix de cette solution a été guidé par des résultats présentés par T. Lhermitte¹⁰⁴ montrant que, dans le cadre d'une approximation basse fréquence, un multicouche avait un comportement équivalent à un matériau homogène dont les coefficients élastiques sont égaux précisément à la moyenne des coefficients, plus un terme correctif très petit. Nous avons pris le parti ici, d'une part de négliger ce terme correctif, et d'autre part d'extrapoler cette approximation basse fréquence à un large domaine de fréquence. Le domaine de validité effectif de cette hypothèse sera testé ultérieurement (paragraphe 2.3.3b), et les résultats fournis par le modèle devront donc être interprétés en tenant compte de l'erreur commise.

En ce qui concerne les conditions aux limites, la seule restriction imposée est la nullité des déplacements tangents au plan de la plaque, le long de l'axe de révolution, afin de tenir compte justement de la symétrie axiale. Les deux surfaces de la plaque sont supposées libres (pas de contrainte imposée). L'extrémité du maillage a été supposée libre également. Cette hypothèse aura pour effet de faire dépendre les résultats de la modélisation de la longueur de plaque simulée. Or la présente étude étant centrée sur les ondes de Lamb, on s'intéressera essentiellement à des phénomènes ne dépendant que de l'épaisseur de la plaque, et non de ses dimensions latérales. Si en régime temporel transitoire, la séparation des échos permet de s'affranchir de la longueur de la plaque, les réflexions successives aux extrémités restent indissociables des ondes de Lamb incidentes en régime harmonique. La présence supposée de pertes mécaniques dans la plaque est un moyen d'améliorer un peu la situation. Dans ce cas en effet, les amplitudes des ondes incidentes directes sont dominantes car comme la distance de propagation des ondes réfléchies est plus importante, elles sont plus atténuées. Ainsi, dans la présente étude, une valeur de la tangente de l'angle de perte δ de l'ordre de 5 %, ce qui correspond à une valeur réaliste, a été choisie (voir section 3.3.2 pour plus de détails concernant l'angle de perte).

On peut donc s'attendre à ce que la modélisation éléments finis, même avec une longueur de plaque limitée, fournisse de bonnes indications sur les ondes de Lamb générées par le transducteur inséré, indépendamment de la longueur. On notera cependant qu'il s'agit là d'une étude préliminaire et que le problème posé par la limitation du maillage éléments finis sera clarifié au chapitre suivant.

b) Influence des conditions d'insertion sur le transducteur

La présence de matière solide dans tout l'environnement du transducteur doit modifier son comportement vibratoire en fonction de la fréquence d'excitation. Le module de l'impédance électrique fourni par le calcul éléments finis (Figure 2-7) permet de mettre en évidence ces modifications.

Comme on pouvait s'y attendre, on peut constater tout d'abord que l'amplitude de l'impédance est moins importante que dans le cas où le transducteur est libre (Figure 2-4). Ceci témoigne du fait que le transducteur est moins résonant, ce qui est facile à comprendre, puisque il se trouve en quelque sorte bridé de toute part.

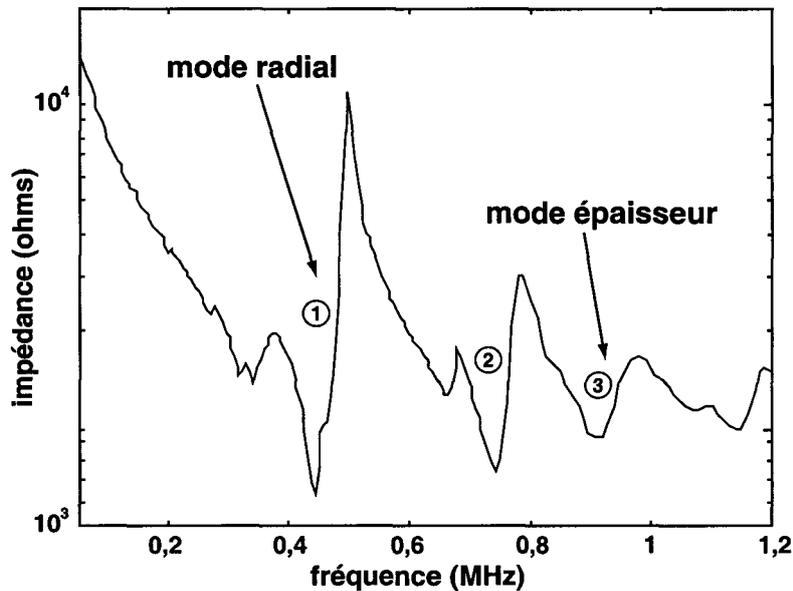


Figure 2-7 : Impédance électrique du transducteur inséré, calculée par éléments finis

Néanmoins, même affaiblis, ces modes de résonance n'en sont pas moins présents, et les trois principaux (numérotés sur la courbe) semblent relativement bien concorder en fréquence avec les modes libres. On notera également que le champ de déplacement calculé de l'élément piézoélectrique montre que le mode 1 correspond à une vibration essentiellement radiale et le mode 3 correspond à une vibration épaisseur. Pour ces deux modes, seuls de légers décalages en fréquence sont notables (435 kHz au lieu de 410 kHz pour la fréquence de résonance du mode radiale et 910 kHz au lieu de 1 MHz pour celle du mode épaisseur).

Ainsi certaines caractéristiques vibratoires du transducteur semblent conservées malgré son insertion dans le matériau. Ceci traduit un couplage mécanique relativement faible entre le transducteur et la plaque composite. La résine époxy qui, en plus de maintenir le transducteur en place, a la fonction d'assurer ce couplage, est en effet un matériau relativement souple comparé à la céramique piézoélectrique et au composite. Il n'est donc pas surprenant que la forte rupture d'impédance acoustique à l'interface entre le transducteur et la résine induise le comportement observé.

Nous allons cependant montrer que même s'il apparaît relativement faible, ce couplage mécanique (ou acoustique) suffit à générer très efficacement des ondes de Lamb dans la plaque.

2.2.3 Étude du champ acoustique généré dans la plaque

a) Interprétation des champs de déplacement calculés

L'excitation d'ondes de Lamb (ou modes de plaque) peut être mise en évidence simplement par la représentation graphique du champ de déplacement de la plaque composite. Ainsi, à titre d'exemple, on a tracé la partie réelle du champ de déplacement aux fréquences de résonance de chacun des trois modes (Figure 2-8). Afin d'améliorer la visualisation des modes de plaque sans conduire à une représentation aberrante au voisinage du transducteur inséré (facteur d'amplification des déplacements trop élevé), seule la portion de plaque ne contenant pas l'insert a été représentée.

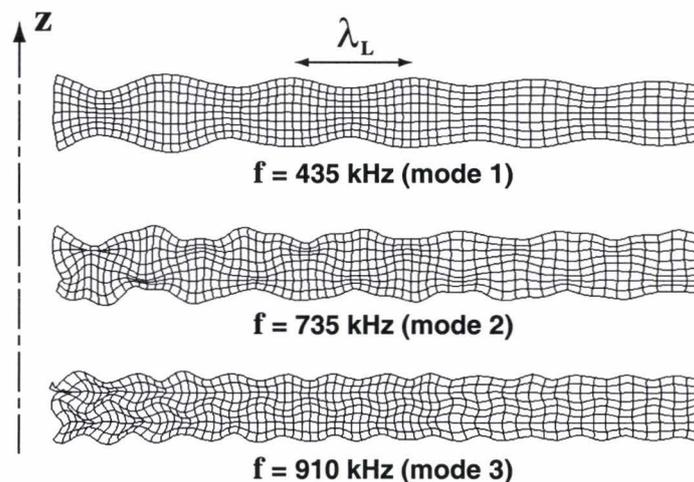


Figure 2-8 : Exemples de champs de déplacement dans la plaque calculés par éléments finis

Pour la fréquence d'excitation de 435 kHz, il semble assez clair que le champ de déplacement calculé correspond à une onde de Lamb symétrique (voir section 1.2.1). Sa longueur d'onde λ_L correspond alors à la distance séparant deux points où le déplacement est maximum (ou minimum), et peut donc être prélevée directement sur la figure.

Dans les deux autres cas, par contre, l'interprétation est moins immédiate. Bien que le champ de déplacement semble être à dominante antisymétrique, l'allure relativement irrégulière fait penser à une combinaison d'ondes de Lamb. Dans ce cas, seule la longueur d'onde du mode dominant peut être déterminée par lecture directe. Pour une étude plus poussée, on peut appliquer une transformée de Fourier sur le déplacement en surface d'une portion de plaque par exemple, afin de déterminer les autres longueurs d'onde présentes.

b) Identification des modes

A partir des longueurs d'onde, et connaissant la fréquence d'excitation f , on peut alors déterminer les vitesses de phase c_L de chaque onde de Lamb générée dans la plaque, d'après la relation $c_L = f\lambda_L$. L'identification des modes est alors rendue possible par la comparaison des valeurs de vitesse obtenues avec les courbes de dispersion des ondes de Lamb pour le matériau constituant la plaque. A titre d'illustration, les vitesses de phase prévues par le calcul éléments finis, à différentes fréquences dans la bande considérée, ont donc été reportées dans les courbes de dispersion du matériau quasi-isotrope moyenné (Figure 2-9).

Ces courbes de dispersion ont été calculées théoriquement grâce à la méthode exposée dans la section 1.2.2. Afin de rendre l'allure de ces courbes indépendante des dimensions de la plaque, une convention habituelle consiste à représenter en abscisse le produit fréquence - demi-épaisseur, plutôt que la fréquence seule (d est donc la demi-épaisseur de la plaque composite).

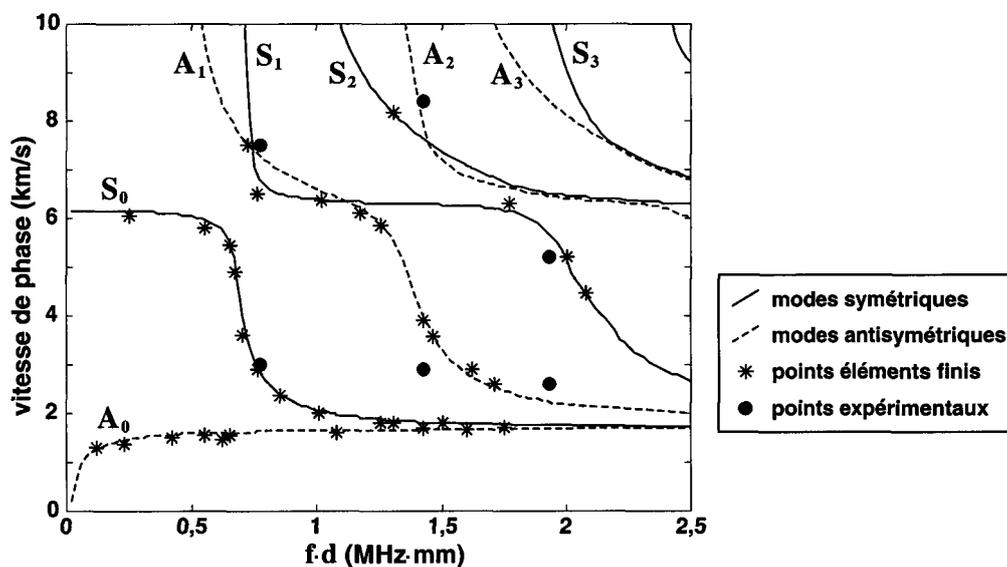


Figure 2-9 : Courbes de dispersion pour le matériau moyenné ; comparaison avec les vitesses de phase déterminées par éléments finis et expérimentalement

Une concordance remarquable entre les valeurs obtenues par la MEF et les courbes de dispersion est mise en évidence. Ceci démontre la cohérence de la modélisation par éléments finis avec la méthode de calcul déjà validée par ailleurs, et une identification formelle des ondes de Lamb générées dans la plaque s'avère alors possible.

Ainsi, pour en revenir aux trois résonances principales, les vibrations du transducteur inséré ont permis de générer les ondes de Lamb : S_0 pour le mode 1, ou mode radial (435 kHz) ; A_1 et S_0 pour le mode 2 (735 kHz) ; et A_1 pour le mode 3, ou mode épaisseur (910 kHz). On notera que la génération la plus efficace en terme d'amplitude de déplacement a été obtenue pour le mode radial.

2.3 Étude expérimentale

2.3.1 Présentation détaillée du spécimen

Les dimensions du transducteur piézoélectrique ont été fixées grâce à différentes considérations. Tout d'abord, l'idée était d'exploiter la vibration radiale de l'élément. En effet, afin de pouvoir insérer un transducteur dans une plaque composite, on veillera à ce que celui-ci ait une épaisseur la plus faible possible. La vibration suivant l'épaisseur du transducteur aurait alors lieu à des fréquences élevées (de l'ordre de 4 MHz pour 500 μm , par exemple). Or les fréquences typiques où les ondes de Lamb sont facilement exploitables (peu d'absorption par le matériau, peu de modes excités, bonne interaction avec les défauts) sont de l'ordre de quelques centaines de kHz. On se fixera ici la fréquence de 400 kHz, qui correspond pour le mode de vibration radial du transducteur considéré, à un diamètre de 5 mm. Par ailleurs, afin d'éviter d'éventuels couplages de modes, on doit s'assurer que les fréquences de modes radial et épaisseur sont largement distinctes. Une épaisseur du transducteur de l'ordre de 2 mm, conduisant à une fréquence d'environ 1 MHz pour le mode épaisseur est apparue suffisante. Ces différents points ont été confirmés par l'étude théorique présentée précédemment. Si elle ne correspond pas à un transducteur que l'on pourrait qualifier de très mince, une telle épaisseur permet cependant une insertion aisée dans la plaque composite considérée (3,85 mm d'épaisseur). Une pastille piézoélectrique possédant ces dimensions présente en outre l'avantage d'être disponible à moindre coût sur le marché.

Ces transducteurs ont été insérés dans la plaque composite d'une façon simple, rapide et économique. Un trou borgne de 3 mm de profondeur et 6 mm de diamètre a été foré à chaque extrémité de la plaque. Une fois les transducteurs mis en place, les vides restants ont été comblés par de la résine époxy. Le retour de connexion est assuré par des fils très fins

émergeant de la résine et soudés sur des morceaux de circuits imprimés collés en surface de la plaque (Figure 2-10).

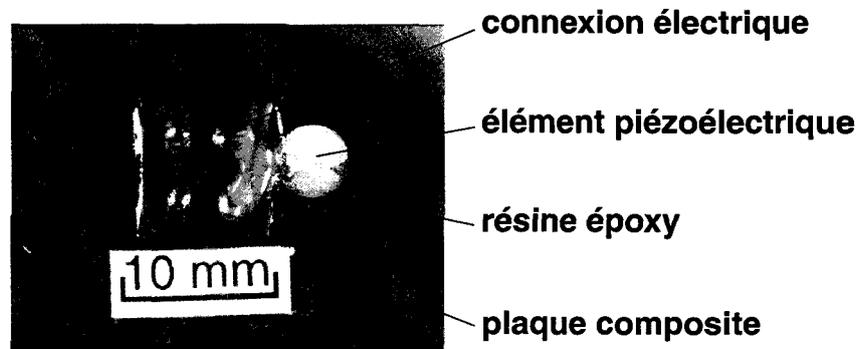


Figure 2-10 : Détail du transducteur inséré

Le but de ce spécimen est d'une part de vérifier la faisabilité de générer efficacement des ondes de Lamb dans une plaque par des transducteurs insérés, mais aussi de valider les résultats fournis par la modélisation éléments finis.

Ce type d'implant piézoélectrique sera par la suite plus miniaturisé et inséré dans la structure de façon plus soignée. Des questions d'ordre technologique se poseront alors. Mais ceci est un problème qui n'entre pas dans le cadre de ce travail. Pour l'heure, le spécimen dont nous disposons constitue un premier prototype d'étude satisfaisant.

2.3.2 Mesures en fréquence

a) Impédance électrique

Comme dans l'étude théorique précédente, le premier indicateur du comportement vibratoire du transducteur inséré sera son impédance électrique (Figure 2-11).

À partir de cette courbe, les modes de résonance sont une fois de plus mis en évidence. Si la concordance avec la courbe calculée par éléments finis (Figure 2-7) est loin d'être parfaite, une comparaison qualitative non dénuée de sens peut cependant être effectuée. En effet, parmi les modes apparents sur la courbe, les modes principaux répertoriés 1 et 3 ont des domaines de fréquences proches de ceux des modes radial et épaisseur respectivement, et

pourront donc être identifiés comme tels. Les mêmes conclusions peuvent être tirées en ce qui concerne le couplage mécanique entre le transducteur et la plaque.

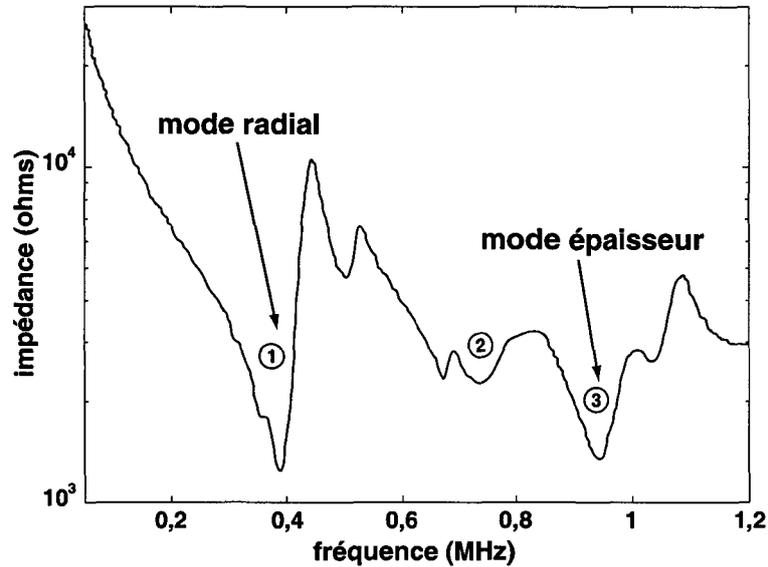


Figure 2-11 : Impédance électrique mesurée du transducteur inséré

Sans faire preuve d'un optimisme démesuré, on peut donc dire que compte tenu de l'hypothèse assez sévère qui a été faite pour les besoins de la modélisation (homogénéisation du matériau) et des éventuelles incertitudes expérimentales (défaut de positionnement du transducteur, incertitude sur les coefficients mécaniques, etc.), les résultats obtenus sont assez satisfaisants.

b) Réponse en fréquence

Afin de corréliser les informations que l'on peut tirer de l'analyse de l'impédance électrique à l'efficacité réelle de l'excitation du champ acoustique dans la plaque, la réponse globale du système a été mesurée en fonction de la fréquence d'excitation. Plus précisément, les deux transducteurs insérés visibles sur la photographie du spécimen (Figure 2-1) ont été utilisés, l'un en tant qu'émetteur, l'autre en tant que capteur, afin de mettre en évidence la propagation d'un signal ultrasonore dans la plaque. En faisant varier la fréquence du signal d'entrée tout en relevant l'amplitude du signal transmis, on peut alors mettre en évidence les fréquences caractéristiques du système (Figure 2-12).

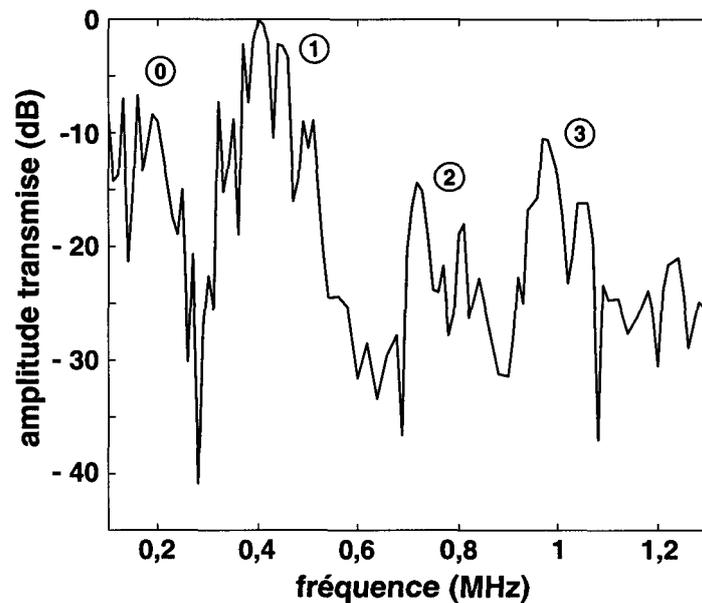


Figure 2-12 : Réponse fréquentielle normalisée de la plaque instrumentée

Ainsi, trois domaines de fréquences particuliers (notés 1, 2 et 3) sont apparents. Nous mettrons tout de suite de côté le cas de la région numérotée 0 sur la courbe, puisqu'elle correspond vraisemblablement plus à une atténuation faible des ondes aux basses fréquences qu'à l'effet des interactions transducteur / matériau, qui nous intéressent ici.

On peut remarquer que les régions 1, 2 et 3 correspondent assez bien aux trois modes de résonance mis en évidence à partir de l'impédance électrique (Figure 2-11). Ceci peut se comprendre par le fait que les amplitudes de vibration maximales du transducteur sont obtenues lorsque celui-ci est excité au voisinage de ses modes de résonance. Si un bon milieu de couplage est présent entre le transducteur et la plaque, il semble alors normal que les ondes acoustiques soient générées de façon plus importante à ces fréquences.

On voit alors que l'impédance électrique est un outil pratique, permettant de déterminer facilement les fréquences de travail pour un tel système. Le fait qu'elle soit aisément et rapidement calculable par la MEF est donc un bon argument en faveur de cette méthode.

On notera que, comme on pouvait s'y attendre, la région 1 aux alentours de 400 kHz (correspondant au mode radial) donne largement le meilleur résultat en terme d'amplitude transmise.

2.3.3 Identification des modes et comparaison avec la modélisation

a) Mesure des ondes de Lamb générées

Les résultats précédents et des comparaisons avec le cas de l'excitation par transducteur sabot montrent que d'un point de vue global, de très bonnes propriétés de génération d'ultrasons dans la plaque sont obtenues, au voisinage des fréquences de résonance. Il est à présent souhaitable de s'intéresser plus précisément au type d'ondes mis en jeu, puis de comparer ces résultats expérimentaux avec les prévisions (section 2.2.3).

La détermination des vitesses de phase et la comparaison de leurs valeurs avec les courbes de dispersion permettent d'identifier chacune des ondes de Lamb se propageant dans la plaque à une fréquence d'excitation donnée. Ces vitesses de phase sont obtenues à partir de la mesure des longueurs d'onde. Celle-ci est effectuée en déplaçant un capteur sabot mobile sur la surface de la plaque (Figure 2-13). Le détail complet de la méthode de mesure de vitesses est donné dans une récente publication¹⁰⁵. Dans le cas d'une propagation multi-modes, la discrimination des modes peut être facilitée par la variation de l'angle du sabot. Cependant, si les différentes vitesses de phase sont trop proches les unes des autres, il peut s'avérer très difficile voire impossible de séparer les modes.

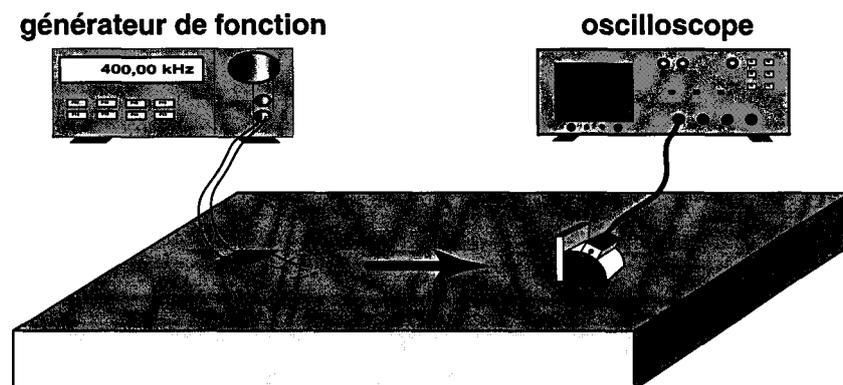


Figure 2-13 : Description de la configuration expérimentale

Les résultats des mesures de vitesses de phase effectuées sur la plaque excitée par le transducteur inséré, pour chacun des trois domaines de fréquence considérés, ont été reportés dans les courbes de dispersion déjà présentées (Figure 2-9).

b) *Domaine de validité de la comparaison*

On peut alors constater que pour le domaine de fréquence correspondant au mode radial du transducteur (aux alentours de 400 kHz), les ondes de Lamb excitées dans le spécimen concordent bien avec les prévisions de la modélisation. La comparaison semble en revanche moins satisfaisante pour les deux autres modes. Ceci amène logiquement à s'interroger sur la validité réelle de l'hypothèse de modélisation qui a été faite concernant les propriétés mécaniques de la plaque (quasi-isotropie dans le plan xy).

Des calculs de courbes des lenteurs (inverses des vitesses de phase des ondes de Lamb représentés en fonction de leur direction de propagation) ont été effectués par C. Simon ⁶, pour un matériau multicouche apparenté à celui qui est considéré ici. Ceux-ci montrent que l'isotropie dans le plan est quasiment parfaite aux très basses fréquences (courbes des lenteurs circulaires). Puis, à mesure que l'on monte en fréquence, le caractère isotrope de la propagation s'estompe progressivement pour chacun des modes (excepté peut-être pour A_0).

Afin de quantifier plus précisément ces effets dans notre cas précis, nous avons comparé les courbes de dispersion théoriques pour, respectivement, l'assemblage multicouche réel et le matériau aux coefficients moyennés supposé équivalent (Figure 2-14).

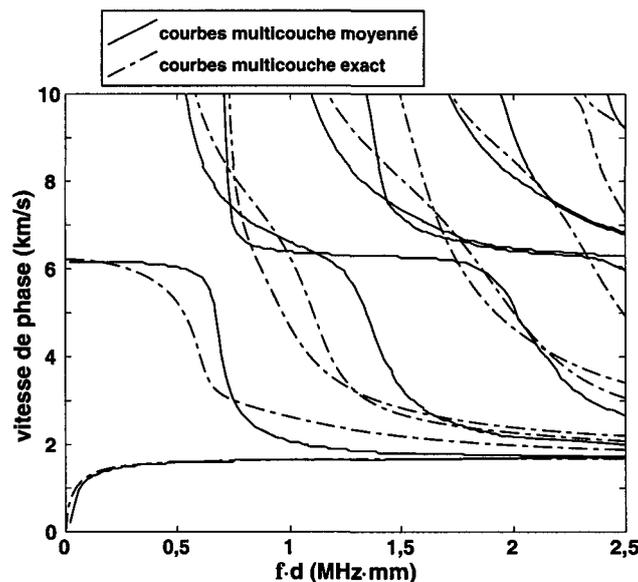


Figure 2-14 : Comparaison entre les courbes de dispersion du composite multicouche exact et du composite avec coefficients élastiques moyennés

On constate effectivement que si la concordance des courbes est très bonne aux faibles valeurs du produit fd , la distinction entre les deux matériaux apparaît rapidement lorsque fd augmente. Qualitativement, les allures des courbes restent globalement similaires jusqu'à une valeur de fd d'environ 0,8 MHz mm. Au delà, les courbes apparaissent complètement dissemblables et le matériau moyenné ne peut alors plus être raisonnablement considéré comme équivalent au multicouche.

2.4 Conclusion

De très bons résultats ont été obtenus sur le plan expérimental. La démonstration a en effet été faite que ce type d'implant piézoélectrique était capable de générer avec une grande efficacité des ondes de Lamb dans la plaque hôte. En particulier, l'exploitation du mode radial, ou plus généralement latéral, du transducteur semble fournir les meilleurs résultats (à confirmer). Or la dimension principale régissant la fréquence de ce mode est la dimension latérale (le diamètre, dans le cas d'une pastille circulaire). Le fait d'exploiter la vibration radiale plutôt que la vibration épaisseur du transducteur offre donc la possibilité d'employer des transducteurs très fins, ce qui ne peut qu'être une caractéristique extrêmement appréciable pour leur intégration.

Les résultats fournis par la modélisation éléments finis sont, d'un point de vue qualitatif, en accord avec les résultats expérimentaux. L'hypothèse d'homogénéisation du matériau constituant la plaque rend cependant hasardeuse la généralisation de la comparaison au delà du mode radial.

La nécessité de ne modéliser que des portions de plaque de longueur finie apparaît comme une limitation de la MEF. Dans beaucoup de cas réels, en effet, la structure concernée s'apparentera à une plaque d'extension latérale importante par rapport à son épaisseur. Aussi recherchera-t-on en premier lieu les comportements dépendant essentiellement du paramètre épaisseur. Ces comportements peuvent théoriquement s'interpréter par la propagation d'ondes de Lamb dans une plaque d'extension infinie. Nous verrons dans le chapitre suivant que, contrairement à la MEF, la méthode de développement en modes normaux est parfaitement adaptée à cette problématique.

D'autre part, puisque le but de la modélisation est de donner la possibilité de sélectionner une onde de Lamb donnée, il est souhaitable de connaître la part de chacun des modes dans le champ excité total. Là encore, la méthode de développement en modes normaux se révèle supérieure à la MEF, puisqu'elle permet de déterminer directement l'amplitude d'excitation de chaque mode présent.

Pourtant, l'application de cette méthode nécessite la connaissance préalable de l'excitation mécanique appliquée à la plaque. Le problème est que dans le cas de figure qui nous concerne, cette excitation mécanique est fournie par le transducteur piézoélectrique et n'est donc pas connue a priori. Or, la MEF ayant démontré dans ce chapitre sa capacité à traiter le problème de l'excitation piézoélectrique, elle semble malgré tout pouvoir jouer un rôle.

Ceci conduit naturellement à l'idée d'une méthode de modélisation hybride, où la MEF permettrait de déterminer l'excitation fournie par le transducteur intégré, et le développement en modes normaux permettrait de déterminer le champ acoustique excité dans la plaque. Le chapitre suivant présente les principes de cette méthode hybride, encore appelée méthode couplée.

Chapitre 3

Élaboration d'une méthode de modélisation adaptée

Dans ce chapitre, les détails d'une méthode de modélisation hybride éléments finis - développement en modes normaux seront exposés. Cette méthode originale, plus adaptée au problème qui nous occupe, permettra de déterminer directement l'amplitude d'excitation de chaque onde de Lamb en fonction des caractéristiques du transducteur intégré (monté en surface ou inséré). Après un aperçu général sur la méthode de développement en modes normaux et quelques exemples simples d'application, nous développerons les conditions d'interfaçage de cette dernière avec la méthode des éléments finis.

3.1 La méthode de développement en modes normaux

3.1.1 Principe et relations de base

a) Position du problème

Comme nous l'avons mentionné au paragraphe 1.2.3c), le développement en modes normaux, ou analyse modale, est une des méthodes permettant de traiter les problèmes liés à l'excitation d'un guide d'ondes. Pour le cas des ondes acoustiques dans les solides, le formalisme de la méthode est développé de façon approfondie dans l'ouvrage de B. A. Auld⁵⁵. Nous rappellerons ici les points essentiels de la démarche, aboutissant à l'établissement d'une équation dite d'amplitude modale, qui servira de point de départ à notre étude.

Si l'on considère une géométrie de type plaque comme un guide d'ondes mécaniques bidimensionnel, cette méthode apparaît alors comme un outil parfaitement adapté au problème qui nous occupe. Dans ce cas en effet, ce sont les ondes de Lamb et les ondes transversales horizontales qui constituent la base des solutions (la démonstration en sera donnée plus loin). Nous allons donc voir qu'il est possible, grâce à cette méthode, de calculer le champ mécanique créé dans la plaque par une source d'excitation connue.

Nous n'exposerons ici que le cas de structures invariantes suivant une direction de l'espace. L'hypothèse des déformations planes sera donc faite, et il sera alors possible de modéliser ces structures en deux dimensions.

Considérons un guide d'ondes mécaniques, d'anisotropie quelconque, mais non piézoélectrique, soumis à un champ de forces volumiques \mathbf{F} et à des champs de contraintes surfaciques \mathbf{T}_s^+ et \mathbf{T}_s^- , agissant respectivement sur les faces supérieures et inférieures du guide (Figure 3-1).

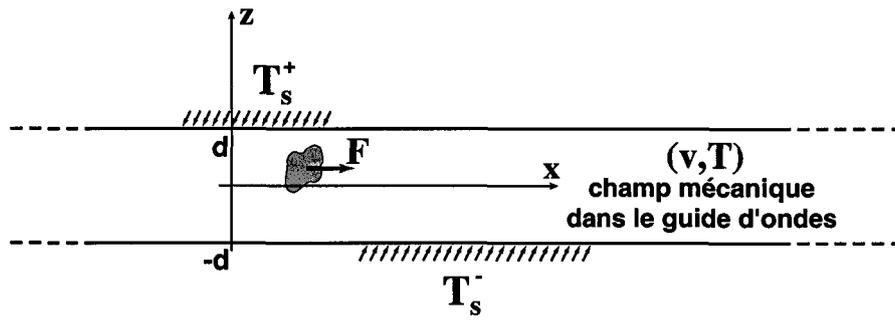


Figure 3-1 : Guide d'ondes soumis à des excitations volumiques et surfaciques

Le champ mécanique alors créé dans le guide d'ondes sera noté (\mathbf{v}, \mathbf{T}) , avec :

$$\mathbf{v}(x, y, z, t) = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \quad (3.1)$$

le vecteur vitesse dans le guide d'onde (\mathbf{u} vecteur position), et

$$\mathbf{T}(x, y, z, t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

le tenseur des contraintes.

La notation classique entre crochets [] pour les tenseurs et matrices n'a pas été retenue, afin de ne pas alourdir l'écriture des équations. À la place, les tenseurs seront notés en caractères gras, de la même façon que les vecteurs.

b) Relation de réciprocité complexe

Si l'on considère à présent deux configurations d'excitation distinctes quelconques $(\mathbf{F}_1, \mathbf{T}_{s1})$ et $(\mathbf{F}_2, \mathbf{T}_{s2})$ d'un même guide d'ondes, il existe des relations dites de réciprocité⁵⁵, entre les champs mécaniques engendrés $(\mathbf{v}_1, \mathbf{T}_1)$ et $(\mathbf{v}_2, \mathbf{T}_2)$ correspondants.

En régime harmonique et en supposant qu'il n'y ait aucune perte dans le matériau, on utilisera la relation dite de réciprocité complexe, qui peut se mettre sous la forme suivante :

$$\operatorname{div}(\mathbf{v}_2^* \cdot \mathbf{T}_1 + \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{T}_2^*) = -\mathbf{v}_2^* \cdot \mathbf{F}_1 - \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{F}_2^* \quad (3.3)$$

où l'étoile * désigne le complexe conjugué et le point désigne le produit scalaire de deux vecteurs. Notons que les contraintes d'excitation \mathbf{T}_{s1} et \mathbf{T}_{s2} , mentionnées plus haut, sont les conditions aux limites des champs de contrainte. En conséquence, si elles n'apparaissent pas explicitement dans la relation (3.3), elles sont cependant contenues implicitement dans les champs \mathbf{T}_1 et \mathbf{T}_2 .

La relation (3.3) va constituer le point de départ des développements qui vont suivre. Cette formulation mathématique va en effet s'avérer très bien adaptée aux manipulations nécessaires à l'établissement du formalisme de la méthode de développement en modes normaux.

c) Orthogonalité des modes

La propriété indispensable pour pouvoir appliquer la méthode à notre cas, est que l'ensemble des modes de Lamb susceptibles de se propager dans la plaque à la fréquence considérée, constitue une base de solutions des équations de la plaque. En particulier, il doit exister une relation d'orthogonalité entre deux ondes de Lamb quelconques distinctes.

La relation de réciprocité complexe (3.3) permet de démontrer cette affirmation⁵⁵. Pour cela, il suffit de prendre comme solutions 1 et 2 respectivement, deux modes de Lamb de vecteurs d'onde k_n et k_m (propagation suivant x croissant) :

$$\begin{cases} (\mathbf{v}_1, \mathbf{T}_1) = (\mathbf{v}_n(z), \mathbf{T}_n(z))e^{-jk_n x} \\ (\mathbf{v}_2, \mathbf{T}_2) = (\mathbf{v}_m(z), \mathbf{T}_m(z))e^{-jk_m x} \end{cases} \quad (3.4)$$

En tenant compte du fait que les ondes de Lamb sont des modes de propagation libres dans la plaque (ni forces volumiques, ni contraintes aux surfaces), la relation (3.3) devient :

$$\operatorname{div}(\mathbf{v}_2^* \cdot \mathbf{T}_1 + \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{T}_2^*) = 0 \quad (3.5)$$

En substituant (3.4) dans la relation (3.5), puis en intégrant suivant z sur l'épaisseur de la plaque, on arrive à l'expression suivante :

$$(k_n - k_m^*)P_{nm} = 0 \quad (3.6)$$

avec

$$P_{nm} = \frac{1}{4} \int_{-d}^d (-\mathbf{v}_m^* \cdot \mathbf{T}_n - \mathbf{v}_n \cdot \mathbf{T}_m^*) \mathbf{x} dz \quad (3.7)$$

où \mathbf{x} est le vecteur unitaire suivant l'axe x .

Ce qui conduit à la relation d'orthogonalité suivante :

$$P_{nm} = 0 \text{ pour } k_n \neq k_m^* \quad (3.8)$$

En particulier, pour les modes propagatifs (k_n et k_m réels), cette relation devient simplement :

$$P_{nm} = 0 \text{ pour } m \neq n \quad (3.9)$$

3.1.2 Développement en modes normaux

a) Projection dans la base de solutions

La conséquence de ce qui précède est qu'il est possible de décomposer le champ mécanique (\mathbf{v}, \mathbf{T}) engendré dans une plaque soumise à des excitations volumiques (\mathbf{F}) et surfaciques $(\mathbf{T}_s^+, \mathbf{T}_s^-)$ quelconques, en une combinaison linéaire de modes de Lamb. On a alors une relation du type :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(x, z) &= \sum_n a_n(x) \mathbf{v}_n(z) \\ \mathbf{T}(x, z) &= \sum_n a_n(x) \mathbf{T}_n(z) \end{aligned} \quad (3.10)$$

où $(\mathbf{v}_n, \mathbf{T}_n)$ sont les champs de vitesse et de contrainte du $n^{\text{ième}}$ mode propre du guide d'ondes et a_n est l'amplitude associée.

Pour tout n , les champs $(\mathbf{v}_n, \mathbf{T}_n)$ et la norme du vecteur d'onde k_n sont supposés connus. Le problème revient donc à déterminer les amplitudes a_n .

b) Détermination des amplitudes modales

Pour cela, la relation de réciprocité (3.3) va être appliquée avec pour solution 1, le champ (\mathbf{v}, \mathbf{T}) inconnu et pour solution 2, le champ associé à un mode propre noté m :

$$\begin{cases} (\mathbf{v}_1, \mathbf{T}_1) = (\mathbf{v}(x, z), \mathbf{T}(x, z)) \\ (\mathbf{v}_2, \mathbf{T}_2) = (\mathbf{v}_m(z), \mathbf{T}_m(z))e^{-jk_m x} \end{cases} \quad (3.11)$$

En substituant la relation (3.10) dans (3.11), puis (3.11) dans (3.3) et en intégrant suivant l'épaisseur du guide d'ondes ($-d < z < d$), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \sum_n 4a_n(x)P_{nm}e^{jk_m^* x} + \left[(-\mathbf{v}_m^* \cdot \mathbf{T} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{T}_m^*)e^{jk_m^* x} \mathbf{z} \right]_{z=-d}^{z=d} = \int_{-d}^d \mathbf{v}_m^* e^{jk_m^* x} \cdot \mathbf{F} dz \quad (3.12)$$

avec P_{nm} tel que défini dans la relation (3.7). \mathbf{z} est le vecteur unitaire suivant l'axe z .

Si le mode m est propagatif (k_m réel), la relation d'orthogonalité (3.9) permet de réduire cette expression à :

$$4P_{mm} \left(\frac{\partial a_m}{\partial x} + jk_m a_m \right) = f_{S_m} + f_{V_m} \quad (3.13)$$

où

$$\begin{aligned} f_{S_m}(x) &= \left[\left\{ \mathbf{v}_m^*(z) \cdot \mathbf{T}(x, z) + \mathbf{v}(x, z) \cdot \mathbf{T}_m^*(z) \right\} \cdot \mathbf{z} \right]_{z=-d}^{z=d} \\ &= \left\{ \mathbf{v}_m^*(d) \cdot \mathbf{T}_s^+(x) - \mathbf{v}_m^*(-d) \cdot \mathbf{T}_s^-(x) \right\} \cdot \mathbf{z} \end{aligned} \quad (3.14)$$

est la contribution des sources surfaciques à l'excitation du guide d'ondes, et

$$f_{V_m}(x) = \int_{-d}^d \mathbf{v}_m^*(z) \cdot \mathbf{F}(x, z) dz \quad (3.15)$$

est la contribution des sources volumiques.

La relation (3.13) est une équation différentielle du premier ordre avec second membre non constant. En supposant que les sources surfaciques et volumiques n'agissent que sur un intervalle $-L < x < L$, la solution pour un mode se propageant suivant les x croissants peut s'écrire sous la forme :

$$a_m(x) = \frac{e^{-jk_m x}}{4P_{mm}} \int_{-L}^L [f_{Sm}(\eta) + f_{Vm}(\eta)] e^{jk_m \eta} d\eta \quad (3.16)$$

avec

$$P_{mm} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_{-d}^d (v_{mx}^* \sigma_{mxx} + v_{mz}^* \sigma_{mzx}) dz \right] \quad (3.17)$$

c) *Remarque concernant les modes non-propagatifs*

Il est à noter que pour une fréquence donnée, il existe théoriquement une infinité de modes ayant des nombres d'onde complexes. Ces modes, qui sont très vite atténués à mesure que l'on s'éloigne de la source, sont appelés modes non-propagatifs ou évanescents. Ces modes ne transportent pas d'énergie le long du guide d'onde et s'atténuent très vite (exponentiellement).

Les modes évanescents ne présentent a priori pas d'intérêt pour notre étude, et ne seront donc pas pris en compte. L'erreur induite ne sera notable qu'à proximité immédiate de la source. En effet, il a été montré que l'effet de ces modes peut être raisonnablement négligé si on se place à une distance de la source supérieure à environ deux fois l'épaisseur de la plaque ¹⁰⁶.

3.1.3 Calcul du champ acoustique pour chaque mode

a) *But*

La relation (3.16), qui permet de déterminer les amplitudes modales, fait intervenir les caractéristiques propres à chacun des modes excités dans la plaque. Ainsi pour résoudre le

problème, il est nécessaire de connaître non seulement les vitesses de propagation, mais aussi les champs de contrainte et déplacement associés à tous les modes.

Nous avons vu dans la section 1.2.2 les méthodes permettant de calculer théoriquement les vitesses de phase des ondes de Lamb susceptibles de se propager dans différents types de plaques. Ceci n'est pas suffisant ici, puisque la connaissance des champs acoustiques complets est requise, mais une simple extension de ces méthodes permettra de déterminer ces informations manquantes.

Nous nous proposons ici d'exposer la démarche pour deux cas de figure simples : la plaque homogène orthotrope et la plaque stratifiée à couches orthotropes.

b) *Monocouche orthotrope*

Dans le cas d'un composite unidirectionnel avec des fibres orientées suivant un angle de 0° ou 90° , un certain nombre de composantes du tenseur élastique \mathbf{C} s'annulent du fait des symétries du système⁶¹. Ces termes sont les suivants :

$$\begin{cases} C_{14}, C_{24}, C_{34}, C_{15}, C_{25}, C_{35}, C_{41}, C_{56} \text{ (monoclinique)} \\ C_{16}, C_{26}, C_{36}, C_{45} \text{ (orthotrope)} \end{cases}$$

Ceci conduit à des simplifications considérables, qui vont permettre un calcul littéral aisé des champs acoustiques.

En reprenant la démarche exposée au paragraphe 1.2.2b), en appliquant les simplifications qui s'imposent, on aboutit à une relation similaire à l'équation (1.16), donnant les contraintes et déplacements dans la plaque :

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{zz} \\ \bar{\sigma}_{xz} \\ \bar{\sigma}_{yz} \\ u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{35} & D_{36} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{11}e^{-j\xi\alpha_1z} \\ U_{12}e^{-j\xi\alpha_2z} \\ U_{13}e^{-j\xi\alpha_3z} \\ U_{14}e^{-j\xi\alpha_4z} \\ U_{21}e^{-j\xi\alpha_5z} \\ U_{22}e^{-j\xi\alpha_6z} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

avec $\bar{\sigma}_{ij} = -\frac{1}{j\xi}\sigma_{ij}$ et $\xi = \frac{\omega}{c}$, où c est la vitesse de phase des ondes de Lamb recherchées.

Les expressions de α_i ($i = 1, \dots, 6$) ; W_q, D_{1q}, D_{2q} ($q = 1, \dots, 4$) ; D_{35}, D_{36} , sont fournies en annexe A. Les détails sur la façon de les déterminer sont disponibles dans la section 1.2.2. Rappelons simplement que du fait de la symétrie monoclinique, nous avons :

$$\begin{cases} \alpha_2 = -\alpha_1 \\ \alpha_4 = -\alpha_3 \\ \alpha_6 = -\alpha_5 \end{cases}, \begin{cases} W_2 = -W_1 \\ W_4 = -W_3 \end{cases}, \begin{cases} D_{1(2j)} = D_{1(2j-1)} \\ D_{2(2j)} = -D_{2(2j-1)} \\ D_{3(2j)} = -D_{3(2j-1)} \end{cases}, (j = 1, 2) \quad (3.19)$$

L'application de la relation (3.18) aux faces supérieure et inférieure ($z = d$ et $z = -d$), libres de contraintes, tout en tenant compte des simplifications apportées par l'équation (3.19), permet d'exprimer, comme au chapitre 1, l'équation permettant de déterminer la vitesse des ondes de Lamb susceptibles d'apparaître dans la plaque :

$$\begin{pmatrix} D_{11}E_1 & D_{11}\bar{E}_1 & D_{13}E_3 & D_{13}\bar{E}_3 \\ D_{21}E_1 & -D_{21}\bar{E}_1 & D_{23}E_3 & -D_{23}\bar{E}_3 \\ D_{11}\bar{E}_1 & D_{11}E_1 & D_{13}\bar{E}_3 & D_{13}E_3 \\ D_{21}\bar{E}_1 & -D_{21}E_1 & D_{23}\bar{E}_3 & -D_{23}E_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{11} \\ U_{12} \\ U_{13} \\ U_{14} \end{pmatrix} = 0 \quad (3.20)$$

avec $E_i = e^{-j\xi\alpha_i d}$ et $\bar{E}_i = e^{j\xi\alpha_i d}$.

Notons que nous n'avons pas tenu compte de la contrainte σ_{yz} . En effet, du fait de l'hypothèse de déformation plane et de la symétrie orthotrope, ce terme est considéré nul. De plus, comme nous ne considérerons ici que les ondes de Lamb (et non les ondes transversales horizontales), le déplacement u_y sera omis par la suite.

La relation (3.20) permet, par annulation du déterminant, de calculer la vitesse des ondes de Lamb dans la plaque (courbes de dispersion). Une fois cette vitesse connue, cette relation devient un système singulier que nous allons résoudre simplement en traitant séparément le cas d'un mode symétrique et le cas d'un mode antisymétrique.

- **Modes symétriques :**

On a dans ce cas :

$$\begin{cases} U_{11} = U_{12} = X \\ U_{13} = U_{14} = Y \end{cases} \quad (3.21)$$

d'où, d'après la relation (3.20) :

$$\begin{cases} D_{11}(E_1 + \bar{E}_1)X + D_{13}(E_3 + \bar{E}_3)Y = 0 \\ D_{21}(E_1 - \bar{E}_1)X + D_{23}(E_3 - \bar{E}_3)Y = 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

ce qui donne :

$$X = -A_s Y = -B_s Y \quad (3.23)$$

avec

$$\begin{cases} A_s = \frac{D_{13} \cos(\xi \alpha_3 d)}{D_{11} \cos(\xi \alpha_1 d)} \\ B_s = \frac{D_{23} \sin(\xi \alpha_3 d)}{D_{21} \sin(\xi \alpha_1 d)} \end{cases} \quad (3.24)$$

D'après les relations (3.18), (3.19) et (3.23), on a :

$$\begin{cases} u_x = 2Y [\cos(\xi \alpha_3 z) - A_s \cos(\xi \alpha_1 z)] \\ u_z = -2jY [W_3 \sin(\xi \alpha_3 z) - W_1 B_s \sin(\xi \alpha_1 z)] \end{cases} \quad (3.25-a)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = -2j\xi Y [D'_{13} \cos(\xi \alpha_3 z) - D'_{11} A_s \cos(\xi \alpha_1 z)] \\ \sigma_{xz} = -2\xi Y [D_{23} \sin(\xi \alpha_3 z) - D_{21} B_s \sin(\xi \alpha_1 z)] \end{cases} \quad (3.25-b)$$

avec

$$\begin{cases} D'_{11} = C_{11} + \alpha_1 W_1 C_{13} \\ D'_{13} = C_{11} + \alpha_3 W_3 C_{13} \end{cases} \quad (3.26)$$

A partir de ces relations, on peut alors déterminer l'expression du terme P_{mm} intervenant dans l'équation (3.16) :

$$P_{mm} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_{-d}^d (v_x^* \sigma_{xx} + v_z^* \sigma_{xz})_m dz \right] = -\frac{\omega}{2} \operatorname{Im} \left[\int_{-d}^d (u_x^* \sigma_{xx} + u_z^* \sigma_{xz})_m dz \right] \quad (3.27)$$

Dans le cas où α_1 et α_3 sont réels, on obtient simplement, après intégration, l'expression littérale suivante :

$$P_{mm} = -2\omega\xi Y^2 \left\{ \begin{array}{l} D'_{13} \left[d + \frac{\sin(2\xi\alpha_3 d)}{2\xi\alpha_3} \right] - A_s (D'_{13} + D'_{11}) \left[\frac{\sin[\xi(\alpha_1 - \alpha_3)d]}{\xi(\alpha_1 - \alpha_3)} + \frac{\sin[\xi(\alpha_1 + \alpha_3)d]}{\xi(\alpha_1 + \alpha_3)} \right] \\ + A_s^2 D'_{11} \left[d + \frac{\sin(2\xi\alpha_1 d)}{2\xi\alpha_1} \right] + D_{23} W_3 \left[d - \frac{\sin(2\xi\alpha_3 d)}{2\xi\alpha_3} \right] \\ - B_s (D_{21} W_3 + D_{23} W_1) \left[\frac{\sin[\xi(\alpha_1 - \alpha_3)d]}{\xi(\alpha_1 - \alpha_3)} - \frac{\sin[\xi(\alpha_1 + \alpha_3)d]}{\xi(\alpha_1 + \alpha_3)} \right] + B_s^2 D_{21} W_1 \left[d - \frac{\sin(2\xi\alpha_1 d)}{2\xi\alpha_1} \right] \end{array} \right\} \quad (3.28)$$

- **Modes antisymétriques :**

On a dans ce cas :

$$\begin{cases} U_{11} = -U_{12} = -X \\ U_{13} = -U_{14} = -Y \end{cases} \quad (3.29)$$

ce qui donne d'après la relation (3.20) :

$$X = -A_a Y = -B_a Y \quad (3.30)$$

avec

$$\begin{cases} A_a = \frac{D_{13} \sin(\xi\alpha_3 d)}{D_{11} \sin(\xi\alpha_1 d)} \\ B_a = \frac{D_{23} \cos(\xi\alpha_3 d)}{D_{21} \cos(\xi\alpha_1 d)} \end{cases} \quad (3.31)$$

Les relations (3.18), (3.19) et (3.30) conduisent alors à :

$$\begin{cases} u_x = 2jY[\sin(\xi\alpha_3 z) - A_a \sin(\xi\alpha_1 z)] \\ u_z = -2Y[W_3 \cos(\xi\alpha_3 z) - W_1 B_a \cos(\xi\alpha_1 z)] \end{cases} \quad (3.32-a)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = 2\xi Y[D_{13} \sin(\xi\alpha_3 z) - D_{11} A_a \sin(\xi\alpha_1 z)] \\ \sigma_{xz} = 2j\xi Y[D_{23} \cos(\xi\alpha_3 z) - D_{21} B_a \cos(\xi\alpha_1 z)] \end{cases} \quad (3.32-b)$$

On en déduit alors, pour α_1 et α_3 réels, l'expression littérale de P_{mm} :

$$P_{mm} = -2\omega\xi Y^2 \left\{ \begin{aligned} & D_{13} \left[d - \frac{\sin(2\xi\alpha_3 d)}{2\xi\alpha_3} \right] - A_a (D_{13} + D_{11}) \left[\frac{\sin[\xi(\alpha_1 - \alpha_3)d]}{\xi(\alpha_1 - \alpha_3)} - \frac{\sin[\xi(\alpha_1 + \alpha_3)d]}{\xi(\alpha_1 + \alpha_3)} \right] \\ & + A_a^2 D_{11} \left[d - \frac{\sin(2\xi\alpha_1 d)}{2\xi\alpha_1} \right] + D_{23} W_3 \left[d + \frac{\sin(2\xi\alpha_3 d)}{2\xi\alpha_3} \right] \\ & - B_a (D_{21} W_3 + D_{23} W_1) \left[\frac{\sin[\xi(\alpha_1 - \alpha_3)d]}{\xi(\alpha_1 - \alpha_3)} + \frac{\sin[\xi(\alpha_1 + \alpha_3)d]}{\xi(\alpha_1 + \alpha_3)} \right] + B_a^2 D_{21} W_1 \left[d + \frac{\sin(2\xi\alpha_1 d)}{2\xi\alpha_1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

On peut remarquer que les amplitudes modales, calculées à partir des expressions données ici, sont déterminées à une constante Y près. Nous verrons cependant que cette indétermination disparaîtra dans le résultat final (car Y apparaîtra au carré aussi bien au dénominateur qu'au numérateur).

c) *Multicouche orthotrope*

Nous allons traiter ici brièvement le cas particulier d'une plaque composite stratifiée, comportant des plis orientés à 0° et 90° (Figure 3-2).

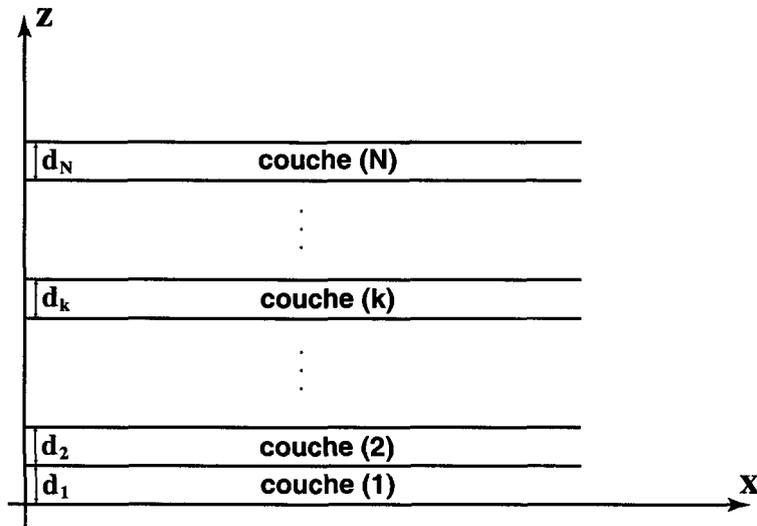


Figure 3-2 : Représentation schématique d'un composite à N couches

Le point de départ de ce calcul est, ici encore, la relation (3.18), applicable dans chaque couche (aussi bien orientée à 0° qu'à 90°). En tenant compte également des propriétés (3.19), cette relation peut s'écrire sous une forme plus condensée :

Pour la couche n° k :

$$\tau^{(k)} = A^{(k)} I_{z_k}^{(k)} U^{(k)} \quad (3.34)$$

avec

$$\tau^{(k)} = \begin{pmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \\ u_x \\ u_z \end{pmatrix}_{(k)} \quad (3.35)$$

$$U^{(k)} = \begin{pmatrix} U_{11} \\ U_{12} \\ U_{13} \\ U_{14} \end{pmatrix}_{(k)} \quad (3.36)$$

$$A^{(k)} = \begin{pmatrix} D_{11}^{(k)} & D_{11}^{(k)} & D_{13}^{(k)} & D_{13}^{(k)} \\ D_{21}^{(k)} & -D_{21}^{(k)} & D_{23}^{(k)} & -D_{23}^{(k)} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ W_1^{(k)} & -W_1^{(k)} & W_3^{(k)} & -W_3^{(k)} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

$$I_{z_k}^{(k)} = \begin{pmatrix} e^{-j\xi\alpha_1 z_k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\xi\alpha_1 z_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j\xi\alpha_3 z_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{j\xi\alpha_3 z_k} \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

Pour résoudre le problème, il reste à présent à exprimer les conditions aux frontières. Celles-ci sont d'une part, les conditions de continuité à chaque interface entre couches et d'autre part, les conditions de contraintes nulles sur les deux surfaces libres. Les détails de ce développement sont donnés au paragraphe 1.2.2c).

On aboutit alors à une relation de la forme (similaire à l'équation 1.19) :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix}}_M U^{(N)} = 0 \quad (3.39)$$

La matrice $M = \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix}$ est une matrice carrée d'ordre 4, dont le déterminant doit s'annuler pour que des solutions non triviales puissent exister.

Cette annulation du déterminant permet le calcul de la vitesse des ondes de Lamb dans la plaque. La relation (3.39) devient alors un système singulier, dont la résolution permet de déterminer $U^{(N)}$ en fonction d'un paramètre arbitraire. En utilisant la relation (1.21) et la condition de continuité aux interfaces (1.23), on va alors pouvoir déterminer de proche en proche tous les $U^{(k)}$ en fonction de ce paramètre.

La relation (3.34) permet enfin d'aboutir aux champs de contraintes et déplacements dans chaque couche, et donc en tout point de la plaque.

3.2 Exemples d'application

3.2.1 Introduction

Le cas de contraintes imposées connues sera brièvement abordé dans cette section. Ceci pourra permettre de fournir en première approche, des ordres de grandeurs et des indications sur les dimensions et positions des excitateurs. Mais l'objet de cette partie consistera essentiellement en un rôle de validation de la technique sur des cas simples.

Nous allons traiter ici le cas d'une pression harmonique $p(x)$ appliquée sur la surface supérieure d'une plaque (Figure 3-3).

On supposera que cette pression n'agit que sur un intervalle $-L < x < L$.

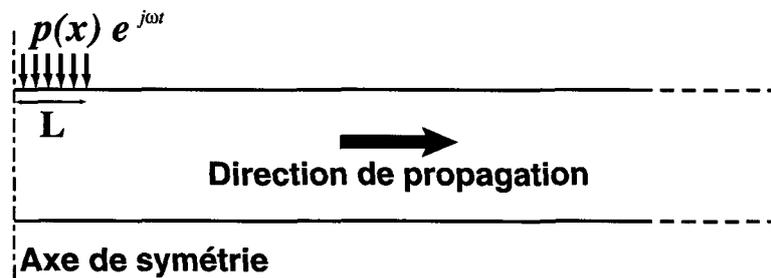


Figure 3-3 : Pression harmonique appliquée en surface d'une plaque

Comme aucune excitation volumique n'est considérée ici, le terme f_{vm} défini par la relation (3.13) sera supposé nul. La relation (3.16) devient alors :

$$a_m(x) = -\frac{e^{-jk_m x}}{4P_{mm}} v_{mz}^*(d) \int_{-L}^L p(\eta) e^{jk_m \eta} d\eta \quad (3.40)$$

Ceci peut encore se décomposer de la manière suivante ¹⁰⁷ :

$$a_m(x) = G_m F(k_m) e^{-jk_m x} \quad (3.41)$$

où le terme

$$G_m = \frac{v_{mz}^*(d)}{4P_{mm}} \quad (3.42)$$

dépend uniquement des caractéristiques du mode m et

$$F(k) = \int_{-L}^L p(\eta) e^{jk\eta} d\eta \quad (3.43)$$

dépend des caractéristiques de l'excitation.

Si le terme F se calcule uniquement en connaissant la configuration de l'excitation de la plaque et le vecteur d'onde (et donc la vitesse de phase) du mode considéré, la détermination du terme G_m , par contre, nécessite une parfaite connaissance du mode (champs de déplacements et de contraintes).

Nous avons exposé précédemment les méthodes permettant de déterminer théoriquement les vitesses de phase (section 1.2.2) et les champs acoustiques (section 3.1.3) associés à chaque onde de Lamb. Nous n'y reviendrons pas ici et il sera donc supposé par la suite que dans chaque cas de figure exposé, toutes les caractéristiques nécessaires des modes de Lamb sont préalablement connues.

3.2.2 Exemple de l'excitation piston

Si la pression est uniforme sur toute la zone d'excitation (approximation au premier ordre de la contrainte fournie par un transducteur piézoélectrique excité en mode de vibration épaisseur), on parle d'excitation piston et on a alors :

$$p(x) = \begin{cases} p_0 & \text{pour } -L < x < L \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.44)$$

Le terme $F(k_m)$ de la relation (3.43) se calcule alors facilement :

$$F(k_m) = \frac{2p_0}{k_m} \sin(k_m L) \quad (3.45)$$

et pour chaque mode m , l'amplitude a_m s'en déduit aisément grâce à l'équation (3.41).

Ainsi, l'exemple qui va suivre concerne le cas d'une plaque unidirectionnelle carbone / époxy de drapage $[0_{32}]$ (32 plis avec une même orientation des fibres). Compte tenu de l'épaisseur d'un pli élémentaire (120 à 125 μm environ), l'épaisseur totale de la plaque est de l'ordre de 4 mm (précisément ici 3,85 mm). On considère la propagation suivant la direction des fibres (axe x).

La contribution de chaque mode de Lamb (correspondant à chaque terme du développement en modes normaux donné par l'équation 3.10) à l'amplitude du déplacement normal u_z en surface, à la fréquence de 400 kHz, a été calculée en fonction de la demi-largeur L de la zone d'excitation (Figure 3-4). La pression exercée a été arbitrairement fixée à $p_0 = 10000$ Pa, ce qui correspond à l'ordre de grandeur de la pression exercée par un élément piézoélectrique collé sur la plaque.

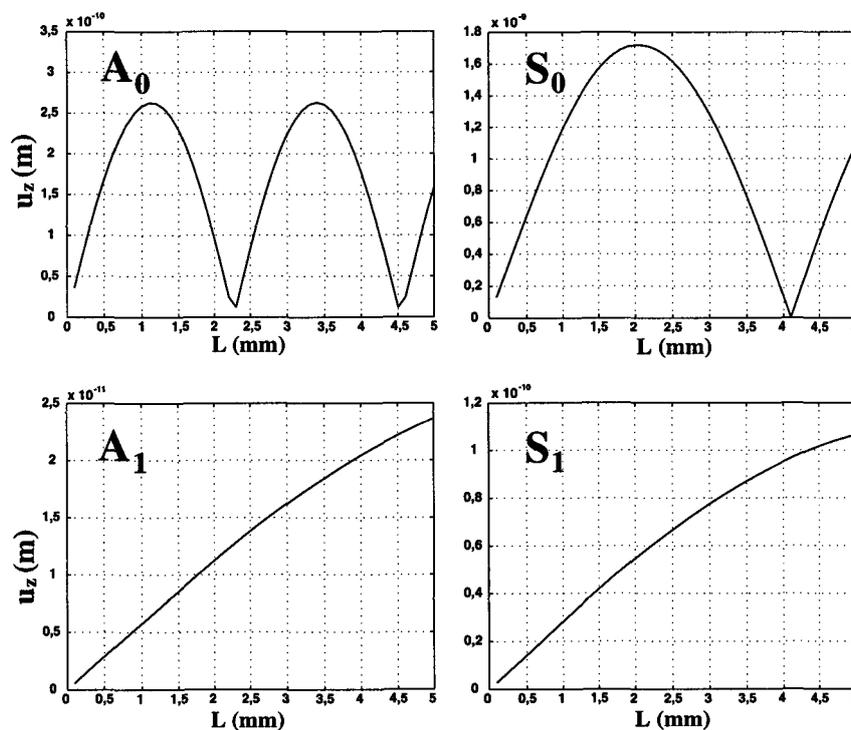


Figure 3-4 : Contribution de chaque mode au déplacement u_z en surface (400 kHz)

Les modes présents à un tel produit fréquence * demi-épaisseur ($fd = 0,8$ MHz mm) se limitent à A_0 , S_0 , A_1 , S_1 (voir les courbes de dispersion pour ce matériau en annexe E).

La figure ci-dessus (Figure 3-4) montre donc qu'il est possible de privilégier tel ou tel mode, en jouant sur la largeur d'excitation. Notamment, par exemple, en fixant une demi-largeur d'excitation piston de l'ordre de 2,25 mm, un mode S_0 pratiquement pur est excité.

On peut d'ailleurs le vérifier de façon plus « visuelle » (Figure 3-5), en calculant le champ total créé dans la plaque par recombinaison des contributions individuelles de chaque mode (voir équation 3.10) :

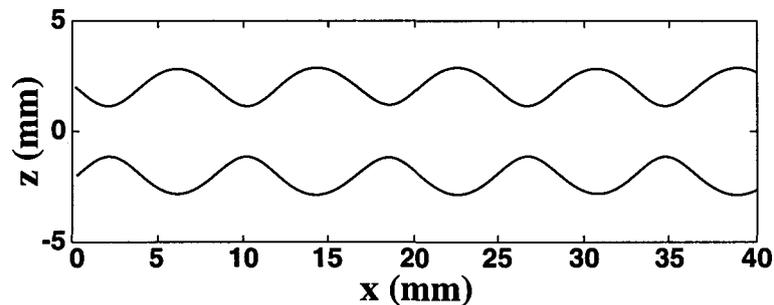


Figure 3-5 : *Partie réelle du déplacement de la plaque soumise à une pression piston harmonique sur une demi-largeur de 2,25 mm (400 kHz)*

Afin de pouvoir visualiser les déplacements, leurs valeurs ont été amplifiées par un facteur $5 \cdot 10^5$ environ.

La déformation apparaît nettement comme symétrique par rapport au plan médian de la plaque. La longueur d'onde apparente correspond de plus effectivement à celle du mode S_0 .

3.2.3 Validation par éléments finis

Les résultats des calculs éléments finis qui vont être présentés dans ce paragraphe vont permettre de vérifier la pertinence de la méthode exposée précédemment. Non pas que la modélisation par éléments finis soit ici érigée en référence absolue ; mais le fait que deux techniques indépendantes puissent fournir des résultats comparables constitue un argument de poids en faveur de la confiance que l'on peut accorder à l'une et à l'autre.

On notera que la modélisation exploitant le principe du développement en mode normaux présuppose le caractère infini de la plaque. Afin de simuler le même cas par la méthode des éléments finis, des conditions particulières doivent être assurées à l'extrémité de

la plaque modélisée (élément atténuateur limitant la réflexion des ondes). Tous les détails concernant ce point seront fournis dans la section 3.3.2. Le présent paragraphe anticipe donc légèrement la suite.

Nous présentons ci-dessous (Figure 3-6), quelques exemples de déformées des faces supérieure et inférieure de la plaque soumise à une excitation piston harmonique à 400 kHz sur une zone de demi-largeur L variable. Le tracé continu a été obtenu grâce au calcul par développement en modes normaux, alors que le tracé en pointillés découle du calcul éléments finis (on peut remarquer l'influence des conditions imposées en extrémité de plaque). Les déplacements ont été amplifiés par un facteur noté A sur la figure.

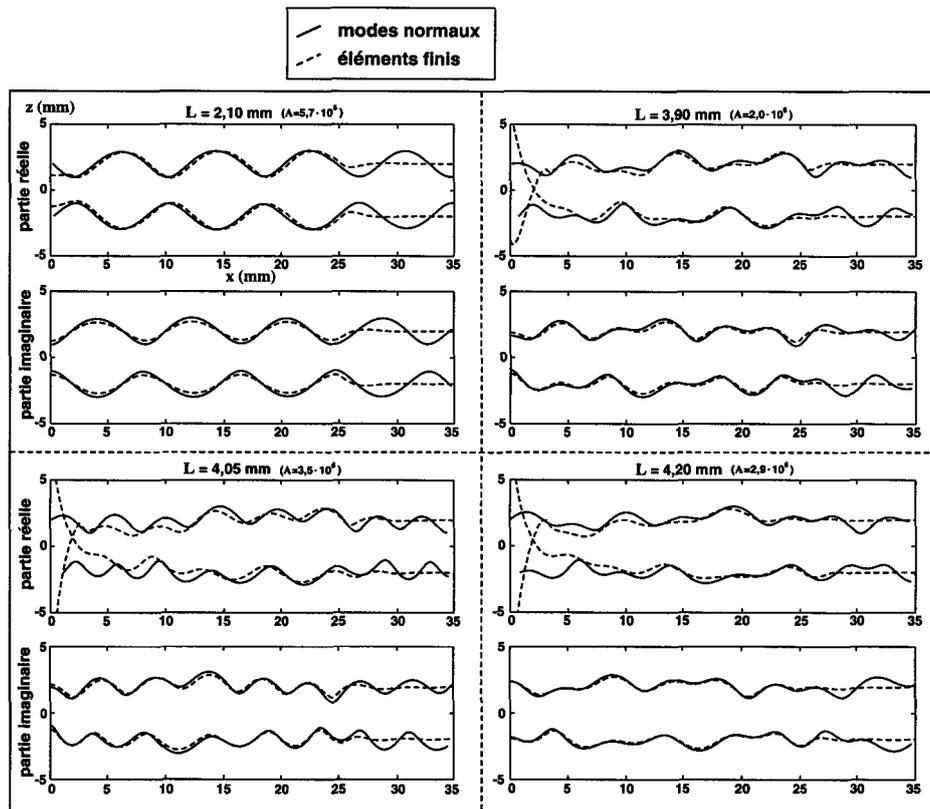


Figure 3-6 : Exemples de déformées calculées - comparaison avec les éléments finis

Les valeurs particulières choisies pour L correspondent à des nombres entiers de fois la distance entre deux nœuds consécutifs du maillage éléments finis. La raison à cela est que, pour une structure modélisée par éléments finis, les limites des zones à degrés de liberté imposés (contraintes, forces, etc.) doivent être obligatoirement définies par des nœuds du maillage.

Rappelons que les modes évanescents, qui peuvent apparaître à proximité de la source d'excitation, ne sont pas pris en compte dans le calcul par développement en modes normaux du champ acoustique. Ils interviennent par contre nécessairement dans les résultats du calcul par éléments finis. Comme leur effet s'atténue cependant de façon exponentielle en fonction de la distance de propagation, les résultats obtenus pour chacune des modélisations doivent rester comparables, pour peu que l'on ne se place pas trop près de la source.

3.3 Interfaçage avec la méthode des éléments finis

3.3.1 Principe et intérêt

Nous avons vu que la méthode de développement en modes normaux était un moyen pratique pour calculer le comportement d'une plaque soumise à une excitation connue. Cependant, dans le problème qui nous intéresse ici, l'excitation acoustique sera fournie par des éléments piézoélectriques intégrés à la structure. Les paramètres nécessaires à la détermination des termes de source f_{sm} et f_{vm} de l'équation (3.16) ne seront donc pas connus a priori, et il sera donc nécessaire de disposer d'une méthode permettant de les évaluer.

Un calcul par modélisation éléments finis, capable de tenir compte de l'effet piézoélectrique, va nous permettre de résoudre ce problème. En effet, il sera possible de cette façon de déterminer les contraintes surfaciques ou les forces volumiques imposées à la plaque par le transducteur excitateur.

À première vue, il peut sembler assez peu utile de recourir à la modélisation par développement en modes normaux, si celle-ci nécessite au préalable une première modélisation par éléments finis. En d'autres termes, si la MEF permet de modéliser avec succès le problème, que va donc apporter le développement en modes normaux ?

Nous verrons dans la suite que la modélisation couplée (ou hybride) éléments finis - modes normaux apporte des bénéfices notables par rapport à une modélisation purement éléments finis.

Avant de détailler les principes du calcul des termes d'excitation, nous verrons comment il est possible de limiter la taille du maillage éléments finis.

3.3.2 Limitation de la réflexion en extrémité de plaque

a) Objectif et hypothèses

La méthode des éléments finis ne permet bien entendu de modéliser que des structures limitées dans l'espace. On devra donc attribuer une longueur finie à la plaque modélisée. Du fait de la réflexion des ondes à l'extrémité de la plaque, un régime d'ondes stationnaires va donc être présent dans les résultats du calcul éléments finis, et ces résultats vont dépendre de la longueur de la plaque. Ceci n'est pas souhaitable, car le but est ici de déterminer le comportement du transducteur intégré à une plaque infinie. Nous allons donc chercher à minimiser cette réflexion, afin de se rapprocher du cas de la plaque infinie, dans lequel n'interviendrait que des propagations d'ondes progressives.

La solution envisagée est d'atténuer au maximum les ondes incidentes à l'extrémité de la plaque, afin de limiter leur retour après réflexion sur le bord. Pour cela, on supposera qu'une partie de la plaque modélisée est constituée par un matériau viscoélastique.

Afin de simplifier le problème, nous considérerons que la présence de pertes dans cet élément situé en bout de plaque, que l'on nommera atténuateur (Figure 3-7), peut se traduire simplement en introduisant une partie imaginaire C'' non nulle au tenseur élastique C du matériau, de telle sorte que :

$$C = C' + jC'' \quad (3.46)$$

On supposera de plus l'existence d'un scalaire p tel que :

$$C'' = pC' \quad (3.47)$$

Dans le cas particulier d'un matériau isotrope, on quantifiera plutôt la présence de pertes par l'intermédiaire d'un scalaire non nul noté δ , appelé angle de perte et défini par la relation suivante ¹⁰⁸ :

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'} \quad (3.48)$$

avec $E = E' + jE''$, le module d'Young du matériau.

Par analogie avec le cas isotrope, nous définirons donc pour le tenseur élastique C , un angle de perte δ_c tel que :

$$\tan \delta_c = p \quad (3.49)$$

Nous aurons alors :

$$C = (1 + j \tan \delta_c) C' \quad (3.50)$$

Les propriétés de cet atténuateur vont donc dépendre de deux paramètres : T (sa longueur) et $\tan \delta_c$ (Figure 3-7).

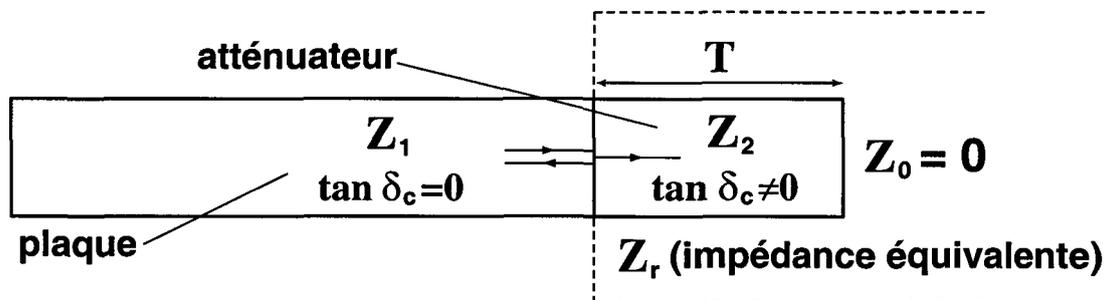


Figure 3-7 : Atténuateur en extrémité de plaque

b) Détermination de l'atténuateur optimum

L'atténuation des ondes est d'autant plus efficace que les pertes dans le matériau et la distance de propagation sont importantes. On pourrait donc penser que l'on a intérêt à choisir un atténuateur avec T et $\tan \delta_c$ les plus élevés possibles. Ce raisonnement n'est cependant pas suffisant, car il faut aussi prendre en compte la réflexion des ondes incidentes sur l'interface entre la plaque et l'atténuateur. Or le choix de valeurs de T et $\tan \delta_c$ trop élevées pourrait impliquer une importante rupture d'impédance acoustique entre les deux milieux, ayant pour conséquence une forte réflexion sur l'interface.

Pour concevoir cet atténuateur, il sera donc nécessaire de trouver un compromis entre atténuation des ondes et rupture d'impédance. On se propose d'utiliser pour cela comme critère d'optimisation, le coefficient de réflexion R à l'interface plaque-atténuateur, pour les ondes polarisées longitudinalement.

En utilisant les impédances acoustiques, ce coefficient de réflexion s'écrit :

$$R = \frac{Z_r - Z_1}{Z_r + Z_1} \quad (3.51)$$

où Z_1 est l'impédance acoustique de la plaque, et Z_r l'impédance équivalente vue au niveau de l'interface plaque-atténuateur (appelée aussi impédance ramenée) ¹⁰⁸.

Rappelons que l'impédance acoustique Z associée à un type d'onde est définie par :

$$Z = \rho c \quad (3.52)$$

où c est la vitesse de phase de l'onde considérée, et ρ la masse volumique du milieu de propagation.

Pour le cas des ondes polarisées longitudinalement, l'expression de c en fonction des propriétés du matériau est :

$$c = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \quad (3.53)$$

L'impédance ramenée Z_r , apparaissant dans la relation (3.51) est donnée par l'expression suivante :

$$Z_r = Z_2 \frac{Z_0 \cos(k_2 T) + jZ_2 \sin(k_2 T)}{Z_2 \cos(k_2 T) + jZ_0 \sin(k_2 T)} \quad (3.54)$$

où $k_2 = \omega/c_2$ est la norme du vecteur d'onde de l'onde considérée.

Comme l'impédance acoustique Z_0 de l'air est très faible par rapport aux autres impédances acoustiques considérées, elle sera supposée nulle. La relation (3.54) devient alors :

$$Z_r = jZ_2 \tan(k_2 T) \quad (3.55)$$

L'impédance acoustique $Z_2 = \rho_2 c_2$ dépend des propriétés choisies pour le matériau constituant l'atténuateur. Afin de simplifier au maximum le problème, on optera pour les caractéristiques suivantes :

$$\begin{cases} \rho_2 = \rho_1 \\ C_2 = C_1(1 + j \tan \delta_c) \end{cases} \quad (3.56)$$

où (ρ_1, C_1) sont les caractéristiques du matériau constituant la plaque (rappelons que le tenseur C_1 est réel, puisque la plaque est supposée sans perte).

De cette façon, le matériau de l'atténuateur est le même que celui de la plaque, avec simplement l'adjonction de pertes mécaniques (en effet, si $\tan \delta_c = 0$ on retrouve bien les mêmes propriétés pour les deux matériaux).

En appliquant alors la relation (3.53), on obtient :

$$c_2 = c_1 \sqrt{1 + j \tan \delta_c} \quad (3.57)$$

ce qui implique :

$$Z_2 = Z_1 \sqrt{1 + j \tan \delta_c} \quad (3.58)$$

A partir des relations (3.51), (3.55) et (3.58), on peut alors déterminer l'expression du coefficient de réflexion R en fonction des paramètres de l'atténuateur T et $\tan \delta_c$:

$$R = \frac{j \tan(k_2 T) \sqrt{1 + j \tan \delta_c} - 1}{j \tan(k_2 T) \sqrt{1 + j \tan \delta_c} + 1} \quad (3.59)$$

avec

$$k_2 = \omega \sqrt{\frac{\rho_1}{C_{11}(1 + j \tan \delta_c)}} \quad (3.60)$$

Déterminer l'atténuateur optimum revient alors à trouver les valeurs de T et $\tan \delta_c$ qui minimisent la valeur de R .

c) Exemple

L'exemple présenté ci-dessous (Figure 3-8) correspond au cas d'une plaque composite unidirectionnelle $[0_{32}]$. On considère ici une propagation des ondes suivant la direction des fibres, pour une fréquence de 400 kHz.

On a pris alors comme valeurs pour les propriétés des matériaux :

$$\begin{cases} \rho_1 = 1600 \text{ kg/m}^3 \\ C_{11} = 143 \text{ GPa} \end{cases} \quad (3.61)$$

ce qui correspond approximativement aux coefficients élastiques d'un pli de composite T300/914 (Voir annexe D).

Cette figure met en évidence deux points où le coefficient de réflexion apparaît minimum, préconisant ainsi le choix de deux caractéristiques distinctes d'atténuateur :

$$\begin{cases} \tan \delta_c = 75\% \\ T = 11 \text{ mm} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \tan \delta_c = 42\% \\ T = 22 \text{ mm} \end{cases}$$

Afin de limiter la taille du maillage éléments finis, il est préférable d'utiliser les premières caractéristiques pour modéliser l'atténuateur.

On notera que pour la conception de cet atténuateur, seul le coefficient de réflexion des ondes longitudinales en incidence normale a été minimisé. Le problème de la détermination du coefficient de réflexion des ondes de Lamb est en effet beaucoup plus

complexe. La résolution du problème n'est donc que partielle. Nous verrons cependant que les résultats obtenus de cette manière sont très corrects.

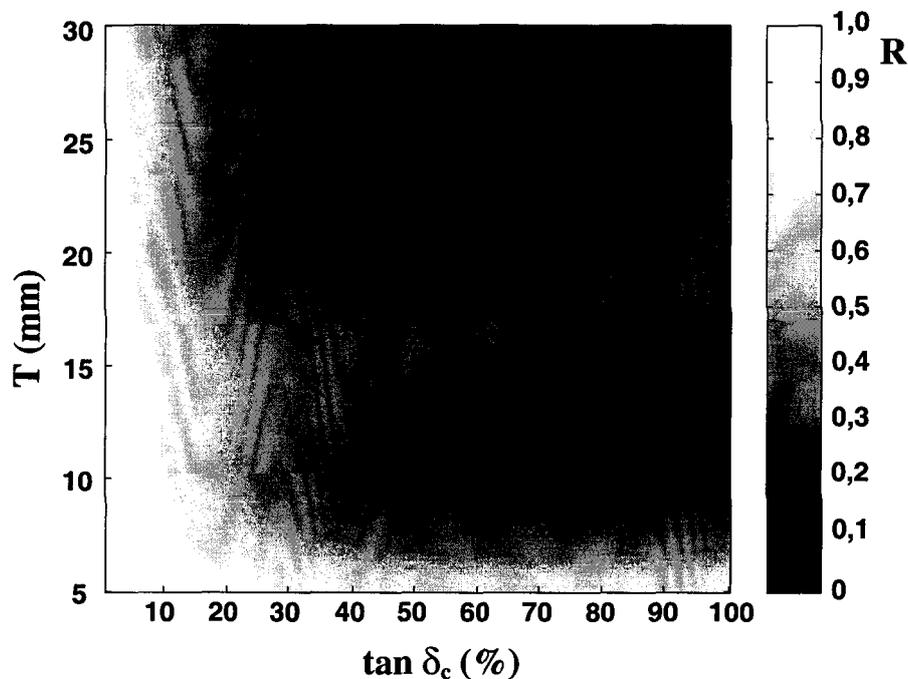


Figure 3-8 : Coefficient de réflexion en fonction des caractéristiques de l'atténuateur

3.3.3 Détermination des termes sources

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la méthode des éléments finis va apporter le moyen de déterminer les caractéristiques de l'excitation imposée par le transducteur piézoélectrique intégré à la plaque. Ceci sera réalisé à partir de la caractérisation complète du champ mécanique créé au proche voisinage du transducteur.

Le calcul éléments finis fournit comme résultats, les valeurs du déplacement aux nœuds du maillage. Des relations d'interpolation, dépendant du type d'élément utilisé, permettent alors de déterminer, à partir de ces valeurs nodales, le champ mécanique complet (déplacements et contraintes) en tout point (voir paragraphe 2.1.2b).

Ainsi, dans le cas d'un élément à n nœuds, les champs de déplacement \mathbf{u} , de déformation \mathbf{S} et de contrainte \mathbf{T} au sein de l'élément sont déterminés en fonction des $3n$ valeurs nodales (équation 2.4) :

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_n \end{pmatrix}}_{\substack{\text{matrice d'interpolation} \\ \text{(fonction des coordonnées)}}} \cdot \begin{pmatrix} U_x^1 \\ U_y^1 \\ U_z^1 \\ \vdots \\ U_x^n \\ U_y^n \\ U_z^n \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \text{valeurs nodales} \\ \text{du déplacement} \\ \text{(3n valeurs)} \end{array} \right\} \quad (3.62)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{yz} \\ S_{xz} \\ S_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_x^1 \\ U_y^1 \\ U_z^1 \\ \vdots \\ U_x^n \\ U_y^n \\ U_z^n \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \mathbf{CS} \quad (3.64)$$

La notation U_D^k où $D = 'x', 'y' \text{ ou } 'z'$, correspond à la valeur du déplacement suivant la direction D , au nœud numéroté k . Les fonctions $N_1(x, y, z), \dots, N_n(x, y, z)$ sont les fonctions d'interpolation associées au type d'éléments considéré.

Nous verrons dans le chapitre suivant, comment on peut concrètement, à partir de ces relations, déterminer les termes sources de l'équation d'amplitude modale.

3.4 Conclusion

Nous avons exposé dans ce chapitre les détails d'une méthode originale permettant de traiter le problème de l'excitation d'une plaque par des transducteurs piézoélectriques intégrés (fixés en surface ou insérés). Cette méthode, basée sur une approche hybride, offre la possibilité de déterminer l'amplitude de génération de chaque onde de Lamb, en fonction des caractéristiques du transducteur (dimension, position, nature, etc.).

La partie concernant l'excitation piézoélectrique est traitée à l'aide d'une modélisation éléments finis locale, limitée au transducteur et son voisinage. Puis le calcul des amplitudes modales est effectué grâce à un développement en modes normaux. En plus du principe général de la méthode, les éléments nécessaires à sa mise au point et à son application (limitation de la taille du maillage éléments finis, calcul des termes d'excitation, détermination des champs acoustiques modaux) ont été présentés.

Dans le chapitre suivant, nous verrons comment cette méthode peut être appliquée à différents cas de figure, et nous démontrerons son intérêt pour l'optimisation de transducteurs intégrés. Quelques éléments de validation seront également proposés.

Chapitre 4

Applications et validation de la méthode

L'objectif de ce dernier chapitre est de présenter quelques exemples concrets d'applications possibles de la méthode couplée exposée au chapitre précédent. Les cas de figure des transducteurs mono et multi-éléments en surface, puis mono-éléments insérés seront abordés. Nous montrerons alors comment la méthode peut-être utilisée pour l'optimisation de ces transducteurs intégrés. Quelques éléments de validation numérique ou expérimentale seront également proposés.

4.1 Transducteur mono-élément collé en surface

4.1.1 Mise en œuvre de la méthode

a) Expression des solutions

Nous allons appliquer ici le formalisme exposé au chapitre 3, au cas où l'excitation mécanique du guide d'ondes est créée par la vibration harmonique d'un élément piézoélectrique fixé sur la surface supérieure. Le terme f_{vm} des relations (3.13) et (3.16), qui traduit la présence d'une excitation volumique, sera donc supposé nul.

Ce problème sera traité en supposant que les modes propres propagatifs (nombres d'onde réels) du guide d'onde sont les mêmes, en présence du transducteur collé en surface, que lorsque le guide d'onde est libre. Ceci permettra de considérer que l'effet de ce transducteur collé ne consiste qu'en l'application de contraintes localisées (Figure 4-1). Sous cette hypothèse, le formalisme du développement en modes normaux pourra tout à fait être appliqué pour déterminer les ondes de Lamb générées dans la plaque.

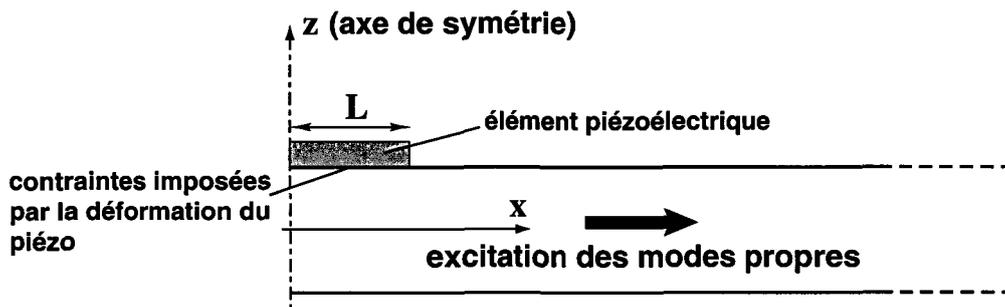


Figure 4-1 : Excitation par un transducteur collé en surface

Dans le cas le plus général, la fonction d'excitation surfacique f_{Sm} (équation 3.14) fait intervenir les composantes normale et tangentielle de la contrainte surfacique. Dans le cas d'une excitation sur la face supérieure ($z=d$) uniquement, elle s'écrit :

$$f_{Sm}(x) = v_{mx}^*(d)\sigma_{xz}(x,d) + v_{mz}^*(d)\sigma_{zz}(x,d) \quad (4.1)$$

où $\sigma_{zz}(x, d)$ et $\sigma_{xz}(x, d)$ sont respectivement les composantes normales et tangentielles de la contrainte surfacique \mathbf{T}_s^+ .

Ceci conduit à une expression de l'amplitude modale (relation 3.16) sous la forme suivante :

$$a_m(x) = \frac{e^{-jk_mx}}{4P_{mm}} [v_{mx}^*(d)I_{xz}(k_m) + v_{mz}^*(d)I_{zz}(k_m)] \quad (4.2)$$

avec

$$\begin{cases} I_{xz}(k) = \int_{-L}^L \sigma_{xz}(x, d) e^{jkx} dx \\ I_{zz}(k) = \int_{-L}^L \sigma_{zz}(x, d) e^{jkx} dx \end{cases} \quad (4.3)$$

En supposant connus les champs acoustiques associés à chaque mode propre (voir section 3.1.3), les seules inconnues restantes sont alors les termes $I_{xz}(k_m)$ et $I_{zz}(k_m)$. Le problème se réduit donc à la connaissance des contraintes surfaciques appliquées à la plaque.

b) Calcul des contraintes appliquées

Comme nous l'avons déjà mentionné (voir section 3.3.3), cette détermination des contraintes en surface sera effectuée à partir des résultats d'un calcul éléments finis prenant en compte l'élément piézoélectrique, ainsi qu'une petite portion de la plaque supposée infinie.

Ceci sera réalisé à l'aide des fonctions d'interpolation (relations 3.62, 3.63 et 3.64), dont nous allons détailler les expressions pour l'élément isoparamétrique bidimensionnel à 8 nœuds (Figure 4-2) que nous avons utilisé pour les modélisations réalisées dans le cadre de ce travail :

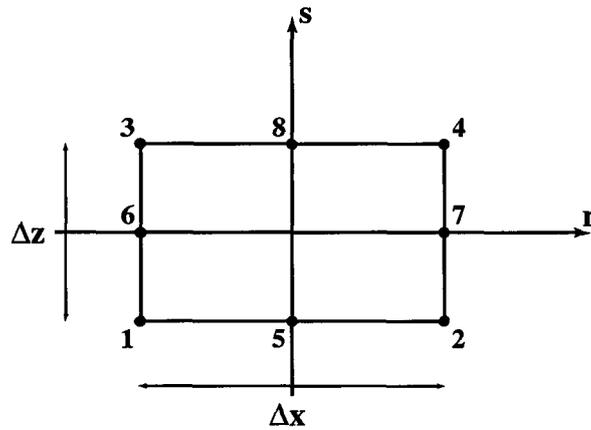


Figure 4-2 : Description de l'élément isoparamétrique à 8 nœuds

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1(r,s) = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)(-r-s-1) \\ N_2(r,s) = \frac{1}{4}(1+r)(1-s)(r-s-1) \\ N_3(r,s) = \frac{1}{4}(1-r)(1+s)(-r+s-1) \\ N_4(r,s) = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)(r+s-1) \\ N_5(r,s) = \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s) \\ N_6(r,s) = \frac{1}{2}(1-r)(1-s^2) \\ N_7(r,s) = \frac{1}{2}(1+r)(1-s^2) \\ N_8(r,s) = \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s) \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Dans le cas d'une étude en déformations planes, S_{yy}, S_{yz} et S_{xy} sont nuls. De plus, pour calculer les termes $I_{xz}(k_m)$ et $I_{zz}(k_m)$ de la relation (4.2), on ne s'intéresse qu'aux contraintes sur une surface normale à z, donc uniquement à σ_{zz} et σ_{xz} (σ_{yz} étant nulle). Afin de simplifier les équations, nous nous limiterons ici au cas des matériaux à symétrie orthotrope⁶¹.

Les relations 3.63 et 3.64 donnent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xz}(r,s) = C_{55}S_{xz}(r,s) \\ \sigma_{zz}(r,s) = C_{13}S_{xx}(r,s) + C_{33}S_{zz}(r,s) \end{array} \right. \quad (4.5)$$

avec

$$\begin{cases} S_{xx}(r,s) = \frac{\partial r}{\partial x} \sum_{l=1}^n \frac{\partial N_l}{\partial r} U_r^l \\ S_{zz}(r,s) = \frac{\partial s}{\partial z} \sum_{l=1}^n \frac{\partial N_l}{\partial s} U_s^l \\ S_{xz}(r,s) = \frac{\partial s}{\partial z} \sum_{l=1}^n \frac{\partial N_l}{\partial s} U_r^l + \frac{\partial r}{\partial x} \sum_{l=1}^n \frac{\partial N_l}{\partial r} U_s^l \end{cases} \quad (4.6)$$

Les contraintes sur la surface supérieure de l'élément sont alors données par les relations suivantes (dans le cas particulier d'un composite unidirectionnel avec les fibres orientées suivant x) :

$$\begin{cases} \sigma_{xz}(r,1) = C_{55} S_{xz}(r,1) \\ \sigma_{zz}(r,1) = C_{12} S_{xx}(r,1) + C_{22} S_{zz}(r,1) \end{cases} \quad (4.7)$$

avec

$$\begin{cases} S_{xx}(r,1) = \frac{2}{\Delta x} \left\{ (r - \frac{1}{2}) U_r^3 + (r + \frac{1}{2}) U_r^4 - 2r U_r^8 \right\} \\ S_{zz}(r,1) = \frac{2}{\Delta z} \left\{ \frac{1}{4} (1-r)(2+r) U_s^1 + \frac{1}{4} (1+r)(2-r) U_s^2 + \left[\frac{3}{4} (1-r) - \frac{1}{4} (1-r^2) \right] U_s^3 \right. \\ \quad \left. + \left[\frac{3}{4} (1-r) - \frac{1}{4} (1-r^2) \right] U_s^4 - \frac{1}{2} (1-r^2) U_s^5 + (r-1) U_s^6 \right. \\ \quad \left. - (1+r) U_s^7 + \frac{1}{2} (1-r^2) U_s^8 \right\} \\ S_{xz}(r,1) = \frac{2}{\Delta z} \left\{ \frac{1}{4} (1-r)(2+r) U_r^1 + \frac{1}{4} (1+r)(2-r) U_r^2 \right. \\ \quad \left. + \left[\frac{3}{4} (1-r) - \frac{1}{4} (1-r^2) \right] U_r^3 + \left[\frac{3}{4} (1-r) - \frac{1}{4} (1-r^2) \right] U_r^4 \right. \\ \quad \left. - \frac{1}{2} (1-r^2) U_r^5 + (r-1) U_r^6 - (1+r) U_r^7 + \frac{1}{2} (1-r^2) U_r^8 \right\} \\ \quad \left. + \frac{2}{\Delta x} \left\{ (r - \frac{1}{2}) U_s^3 + (r + \frac{1}{2}) U_s^4 - 2r U_s^8 \right\} \right. \end{cases} \quad (4.8)$$

Les expressions de σ_{zz} et σ_{xz} peuvent alors être converties en coordonnées globales (x,z). En les introduisant dans les expressions de I_{xz} et I_{zz} , on peut alors calculer les amplitudes modales a_m (relation 4.2).

c) Remarques concernant le maillage éléments finis

Afin de limiter les effets de bord dus au fait que la longueur de la plaque modélisée par éléments finis est nécessairement finie, nous avons appliqué la technique de l'atténuateur en extrémité de plaque (exposée dans la section 3.3.2).

Si l'on suppose cet atténuateur parfait, alors les résultats obtenus concernant le champ mécanique au voisinage du transducteur, et donc les contraintes surfaciques imposées, sont indépendants de la longueur L_p prise en compte dans la modélisation (Figure 4-3). L_p étant la longueur de la portion de plaque située entre l'extrémité du transducteur et le début de l'atténuateur (de longueur T fixe, dépendant de la fréquence d'étude).

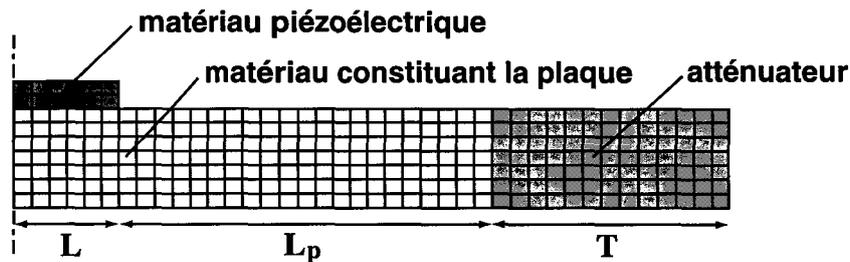


Figure 4-3 : Exemple de maillage éléments finis

Il est donc souhaitable, afin de minimiser la taille du maillage, de choisir la valeur de L_p la plus petite possible. À la limite, on pourrait prendre $L_p=0$. Il paraît cependant souhaitable de conserver intactes les propriétés du matériau dans tout le voisinage immédiat du transducteur. C'est pourquoi nous prendrons toujours une valeur de L_p au minimum de quelques pour cents de la longueur T de l'atténuateur.

4.1.2 Exemple de modélisation

a) Description du problème

Nous présentons ici un exemple de modélisation d'une plaque composite excitée par un transducteur piézoélectrique mince collé sur sa surface.

Le transducteur excitateur est un barreau de forme parallélépipédique en céramique piézoélectrique PZT, d'épaisseur 0,5 mm et de largeur 4 mm. Ceci lui confère une résonance latérale située aux alentours de 400 kHz. Sa longueur, supposée beaucoup plus grande que les deux autres dimensions, sera considérée comme infinie (suivant l'axe y).

La plaque considérée ici est, comme précédemment, une plaque composite $[0_{32}]$. L'axe x sera choisi comme étant la direction des fibres, alors que l'axe z sera normal au plan de la plaque.

b) Modalités du calcul

Le maillage éléments finis utilisé se limite au transducteur et son voisinage immédiat ainsi bien sûr qu'une portion de plaque correspondant à l'atténuateur optimisé ($T = 11 \text{ mm}$; $\tan \delta_c = 75\%$) pour la fréquence de 400 kHz (défini dans l'exemple du paragraphe 3.3.2c). Comme spécifié précédemment, nous avons choisi une valeur de L_p assez faible, mais non nulle ($L_p/T=0,07$).

Une fois le calcul des contraintes d'excitation effectué, celles-ci sont ensuite injectées dans l'équation d'amplitude modale (4.2). La part de chacun des modes de Lamb dans le champ de déplacement de la plaque est ainsi déterminée. Ainsi dans le cas où le transducteur est excité par une tension harmonique d'amplitude 1 V et de fréquence 400 kHz, la répartition des différents modes en termes de densité moyenne de puissance est la suivante : S_0 (30 %), A_0 (44 %), S_1 (6 %), A_1 (20 %). On rappelle que les courbes de dispersion pour le matériau considéré sont données en annexe E.

À partir de ces résultats, on peut alors éventuellement calculer le champ total, en recombinaison des contributions de chaque mode. Ainsi, les courbes ci-dessous (Figure 4-4) représentent les déformées des surfaces supérieure et inférieure de la plaque. Le facteur d'amplification des valeurs de déplacements est de $3,2 \cdot 10^6$.

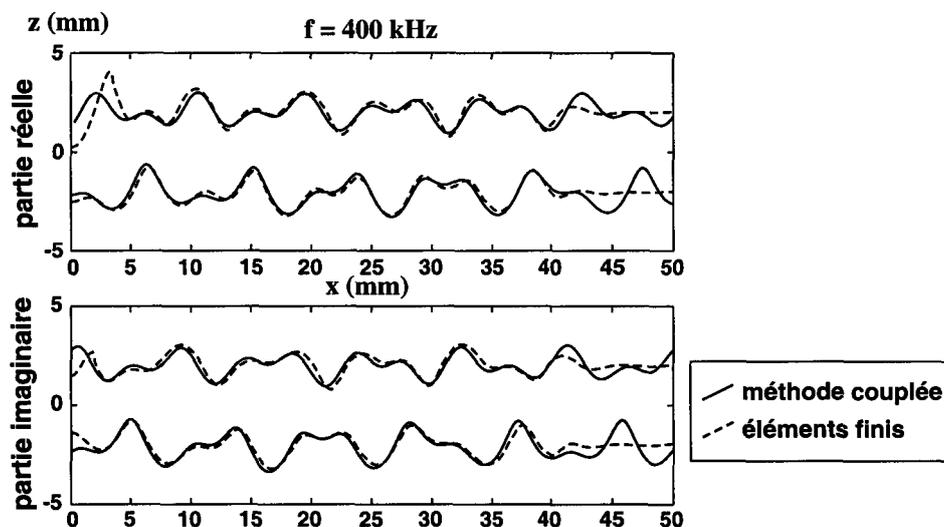


Figure 4-4 : Déformée de la plaque excitée par un transducteur de 4 mm collé (400 kHz)

c) *Validation par éléments finis*

Afin d'apporter un élément de validation à cette méthode, une modélisation éléments finis beaucoup plus lourde que la première, a également été effectuée. Celle-ci prend en compte, en plus du transducteur et de l'atténuateur, une portion non négligeable de la plaque composite ($L_p/T=3,50$). On a pu alors comparer (Figure 4-4) la déformée déterminée par la méthode couplée présentée plus haut (courbes traits pleins), à la déformée calculée par cette modélisation purement éléments finis (courbes pointillés).

On observe une très bonne concordance entre les champs de déplacement obtenus par les deux méthodes. Ceci témoigne donc de l'adéquation de la méthode de modélisation couplée éléments finis - modes normaux, à ce type de problème.

La modélisation éléments finis complète a pour seul rôle ici de servir de point de validation. Cependant, on pourrait adopter le point de vue réciproque, qui serait de considérer que ce sont les résultats de la méthode couplée qui confirment ceux de la modélisation éléments finis. Ainsi, puisque nous avons pu construire une modélisation éléments finis complète de la structure, qui semble capable de fournir des résultats pertinents, la question qui peut venir à l'esprit est : pourquoi avoir développé la méthode couplée, au lieu d'utiliser une modélisation purement éléments finis dans tous les cas ?

La réponse réside en plusieurs points. Tout d'abord, le fait de réduire la taille du maillage éléments finis peut conduire à une réduction considérable du temps de calcul. Ainsi par exemple, la durée du calcul dans le cas du maillage complet ($L_p/T=3,50$), a en effet été de l'ordre de 17 fois plus longue que pour le maillage limité ($L_p/T=0,07$). Mais l'avantage majeur, de notre point de vue, est que la méthode proposée permet de déterminer directement la contribution individuelle de chaque mode de Lamb en fonction de l'excitation, alors que la modélisation purement éléments finis fournit uniquement le champ mécanique total dans la plaque, aussi composé soit-il. De plus, nous allons voir dans la suite que cette méthode peut apporter beaucoup plus de souplesse d'adaptation à des cas variés.

4.1.3 Extrapolation des résultats

a) Motivation

La contrainte essentielle de la méthode exposée ici est imposée par la partie calcul des contraintes par éléments finis. En effet, pour traiter de nouveaux cas de figure (autre fréquence d'excitation, largeur de l'élément piézoélectrique ou épaisseur de plaque différentes), il faudrait a priori construire de nouveaux maillage éléments finis à chaque fois. Même si le maillage nécessaire peut être énormément réduit, comme nous l'avons vu, sa modification suivie de l'exécution d'un nouveau calcul éléments finis à chaque variation d'un paramètre du système, serait une tâche, certes parfaitement réalisable, mais quelque peu fastidieuse.

C'est pourquoi le but de ce paragraphe est de présenter les possibilités de généralisation de la méthode. Moyennant quelques hypothèses, nous allons voir en effet qu'il est possible de traiter une palette assez large de problèmes, avec une même modélisation éléments finis.

b) Généralisation du comportement de l'atténuateur

Dans l'exemple présenté plus haut, nous avons utilisé un atténuateur dont les propriétés ont été fixées par la fréquence d'excitation de 400 kHz. Pour cette fréquence particulière, l'efficacité de cet atténuateur s'est avérée excellente. Afin de généraliser facilement l'étude, il serait intéressant de savoir si le même atténuateur est utilisable à d'autres fréquences que celle pour laquelle il a été optimisé. Ceci éviterait en effet de redéfinir le maillage (dimensions et propriétés du matériau) à chaque fois. Pour répondre à cette question, des essais de modélisation ont été effectués pour différentes fréquences autour de 400 kHz (Figure 4-5). Les propriétés du transducteur et de la plaque composite sont les mêmes que dans l'exemple du paragraphe précédent (Figure 4-4).

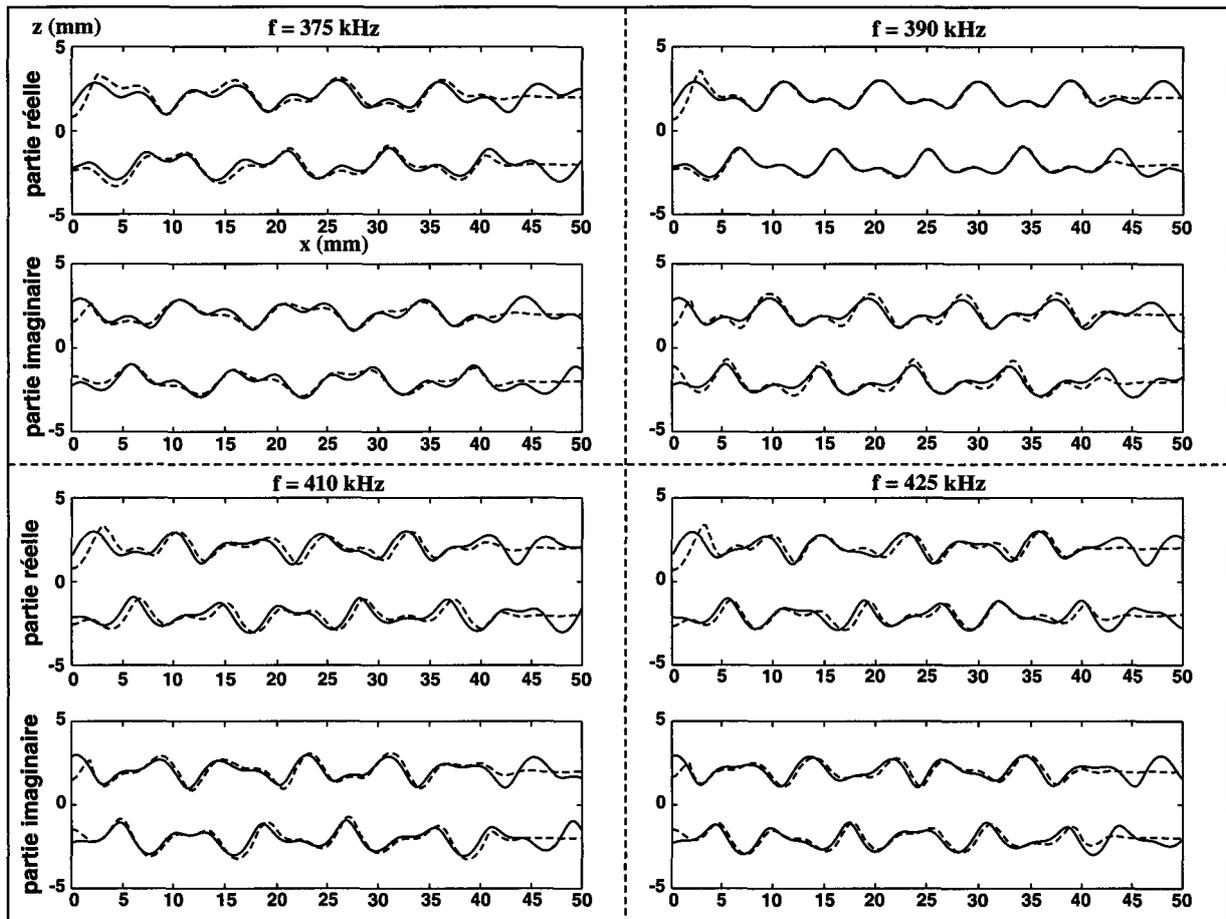


Figure 4-5 : Déformées de la plaque excitée par un transducteur collé de 4 mm de largeur, pour différentes fréquences autour de 400 kHz

De la même façon que précédemment, les déplacements calculés par la méthode couplée (traits pleins) sont comparés avec les déplacements déterminés par la modélisation purement éléments finis (pointillés). La bonne concordance observée entre les résultats donnés par les deux méthodes suggère que l'atténuateur possède un comportement acceptable dans tout le domaine de fréquence considéré. Des essais supplémentaires ont en fait montré que le même atténuateur était utilisable sur une largeur de bande de l'ordre d'une centaine de kHz autour de la fréquence centrale.

c) Variations des dimensions du transducteur

Le second problème concerne la variation des paramètres dimensionnels de la structure. En effet, il serait notamment souhaitable d'avoir la possibilité d'étudier l'influence de la variation de largeur du transducteur, sans avoir à procéder à chaque fois à une nouvelle

modélisation éléments finis. On notera qu'une approche apparentée a été présentée par Hamstad *et al.*¹⁰⁹, afin de tenir compte des changements de caractéristiques d'une source d'émission acoustique en évitant le recours à des calculs numériques supplémentaires. Ceci prouve la pertinence et l'intérêt de ce genre de considération.

Reprenons la configuration qui a servi d'exemple dans la section 4.1.2 et multiplions toutes ses dimensions par un facteur d'échelle noté a . Les résultats obtenus précédemment pour une fréquence f sont alors parfaitement transposables à la nouvelle structure, mais à la fréquence f/a (similitude dimensionnelle). Comme la gamme de fréquences considérée correspond au domaine de vibration latérale de l'élément piézoélectrique (vibration suivant sa largeur) et que son épaisseur est petite par rapport à sa largeur (on parle de transducteur mince), alors les caractéristiques vibratoires de ce transducteur dépendent essentiellement de sa largeur. On supposera donc que l'influence de son épaisseur est négligeable.

En ce qui concerne la détermination des contraintes sous le transducteur (par éléments finis), on peut aisément concevoir que ce sont essentiellement les propriétés du matériau avoisinant immédiatement l'interface entre l'élément piézoélectrique et la plaque, qui vont intervenir. On supposera donc que, pour le calcul des contraintes d'excitation, on pourra négliger l'influence de légères variations de l'épaisseur de la plaque.

En conséquence, l'hypothèse que nous allons faire est que les contraintes déterminées pour un transducteur de largeur $2L$, à une fréquence f , sont transposables à un transducteur de largeur $2La$, à la fréquence f/a (les épaisseurs du transducteur et de la plaque étant gardées constantes). En d'autres termes, on supposera que le profil des contraintes d'excitation déterminées sous un élément piézoélectrique de largeur $2L$, à la fréquence f , reste valable quelle que soit la largeur, pour peu que l'on conserve le produit fL constant.

On imagine bien évidemment que cette hypothèse sera valide dans une plage de variation plus ou moins restreinte autour de la valeur initiale. Afin de quantifier ce domaine de validité, on a représenté dans le même graphe (Figure 4-6) le profil des contraintes normales et tangentielles sous le transducteur, pour trois valeurs différentes de sa demi-largeur L (2,0 mm ; 1,9 mm et 2,1 mm), et pour les trois fréquences correspondantes ($f=400$; 420 et 380 kHz respectivement), de manière à conserver fL à peu près constant. Ces courbes

sont représentées en fonction d'une abscisse normalisée, dans chacun des cas, par rapport à la demi-largeur L du transducteur, afin de les rendre superposables.

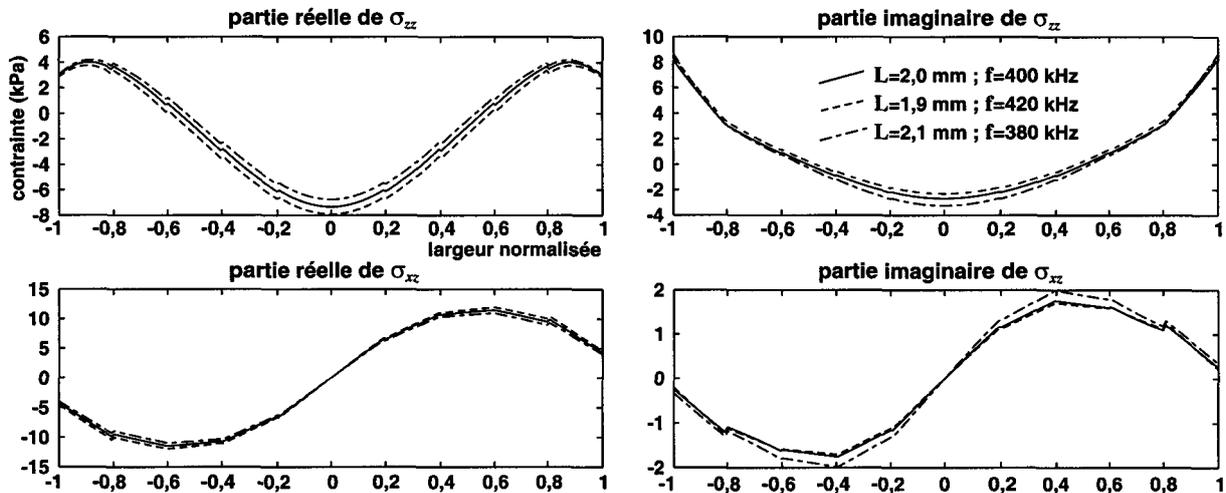


Figure 4-6 : Profil des contraintes imposées à la plaque par l'élément piézoélectrique

La bonne concordance de cette série de courbes démontre la validité de l'hypothèse au moins sur un domaine de variation de 10 % autour de la valeur initiale. D'autres essais ont en fait montré qu'une plage de l'ordre de 20 % restait acceptable.

d) Conséquences

À partir de ces résultats, on peut alors en déduire une méthode d'optimisation d'un transducteur collé, pour la génération d'ondes de Lamb particulières. En effet, selon les critères recherchés (bonne détection d'un défaut, propagation sur longue distance, etc.), il peut être requis par exemple la génération d'un mode unique, ou d'une composition précise de modes. C'est pourquoi la possibilité d'une étude paramétrique à partir d'une configuration initiale semble attrayante, afin de pouvoir adapter les caractéristiques d'un transducteur au cas requis.

La première étape de cette étude consiste en la modélisation éléments finis avec maillage limité (comme nous l'avons montré précédemment) d'une portion de plaque et d'un élément piézoélectrique de largeur $2L_0$.

Pour des questions d'efficacité de la génération, il est préférable d'exciter un transducteur à une fréquence proche de son domaine de résonance (résonance latérale dans le

cas présent). S'il est assez aisé de connaître la fréquence de résonance d'un transducteur seul dans le vide, il est plus difficile de la connaître dans le cas où le transducteur est couplé à une structure. Cependant, la modélisation éléments finis effectuée permet de déterminer cette fréquence de résonance f_{r0} , grâce au calcul de l'impédance électrique (voir chapitre 2). On peut alors déterminer les contraintes apparaissant sous le transducteur, à la fréquence f_{r0} . Il est alors possible de déterminer les ondes de Lamb générées dans la plaque.

On peut ensuite, grâce aux principes exposés dans cette section, réaliser une étude paramétrique, en fonction de la valeur de L . La nouvelle fréquence de résonance est donnée par :

$$f_r = \frac{f_{r0}L_0}{L} \quad (4.9)$$

Le profil des contraintes sous le transducteur étant alors supposé identique au cas précédent, on peut déterminer les ondes de Lamb générées, en fonction du paramètre L .

4.2 *Transducteur multi-élément en surface*

4.2.1 **Principe de la modélisation**

L'utilisation d'un transducteur constitué de plusieurs éléments piézoélectriques indépendants a déjà été évoquée comme étant une méthode prometteuse pour la génération et la sélection des ondes de Lamb (voir paragraphe 1.2.3a). La possibilité de réaliser des transducteurs de faible encombrement suivant ce principe en fait de bons candidats potentiels pour les systèmes de contrôle-santé intégré à ondes de Lamb ⁴.

Si certains aspects du comportement de ces transducteurs sont bien connus et relativement intuitifs (tels que le principe de renforcement des modes), ces données ne sont pas suffisantes pour une prévision complète des phénomènes engendrés. C'est pourquoi la mise au point d'un outil de modélisation fiable de ce type de transducteur est nécessaire. Nous nous proposons donc ici d'appliquer la méthode couplée, dont le chapitre 3 a fait l'objet, au cas du transducteur multi-élément collé en surface d'une plaque.

Le principe de la modélisation repose pour une large part sur le travail présenté dans la section précédente (4.1). Il s'agira en effet d'une simple extension de la technique développée pour le cas du mono-élément piézoélectrique collé en surface. Les contraintes imposées à la plaque par chaque élément seront déterminées de la même façon que précédemment, et le profil de contrainte imposé par le transducteur multi-élément sera alors la résultante de toutes ces contraintes individuelles. L'application de ce principe de superposition suppose que les effets d'interactions parasites éventuelles entre les éléments peuvent être négligés. Des résultats expérimentaux présentés par T. Demol⁴ tendent à démontrer la validité de cette affirmation.

Afin de simplifier l'étude, nous supposons d'une part que tous les éléments constituant le transducteur sont identiques et d'autre part, que chaque couple d'éléments adjacents est séparé par une même distance p , appelée pas (Figure 4-7). La première de ces deux hypothèses implique qu'un seul calcul éléments finis, prenant en compte un élément excitateur unique, sera suffisant pour traiter le problème. Le nombre d'éléments, leur distance de séparation, ainsi que d'éventuels déphasages de leurs excitations sont ensuite pris en compte par l'adjonction de termes de phase appropriés dans les expressions de I_{xz} et I_{zz} (équation 4.3). La seconde hypothèse permet de réduire de façon significative le nombre de paramètres d'étude variables dans les exemples qui seront donnés dans la suite.

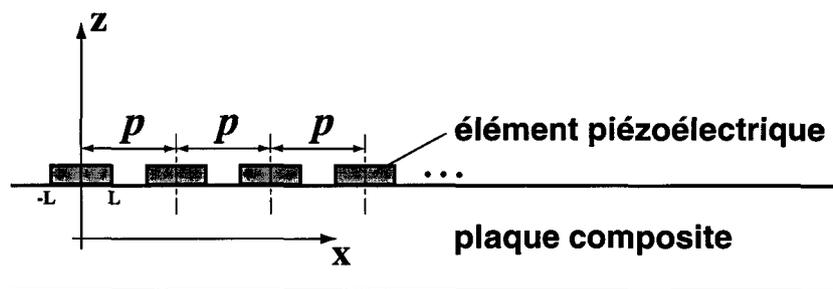


Figure 4-7 : Description de la configuration étudiée

Dans les deux sections qui suivent, nous présenterons des exemples d'application de la méthode pour la modélisation de transducteurs multi-éléments. En particulier, nous illustrerons son intérêt pour l'optimisation des paramètres du transducteur.

4.2.2 Cas d'une excitation en phase

a) Introduction

Ce cas de figure s'apparente à l'excitation des ondes de Lamb par un transducteur à peigne (voir paragraphe 1.2.3a). Cependant, les éléments piézoélectriques étant collés directement sur la plaque, des phénomènes plus complexes sont mis en jeu (création de contraintes aussi bien tangentiellles que normales, et inconnues a priori). Dans un cas comme dans l'autre, il est en tout cas connu ⁷⁵ que le renforcement d'un mode de Lamb donné peut être obtenu en ajustant le pas p du transducteur à la longueur d'onde (ou un de ses multiples) de ce mode.

Toutefois, en termes de sélection de mode, l'application de ce principe n'est pas suffisante et il convient donc de préciser certains points. En effet, même si l'amplitude maximale d'excitation d'un mode donné est atteinte pour p égal à la longueur d'onde, les autres modes ne sont pas nécessairement faiblement excités pour autant. Le champ de déplacement obtenu serait alors, non pas le fait d'un mode unique ou dominant, mais la résultante de plusieurs ondes de Lamb. C'est pourquoi un modèle, tel que celui qui est présenté ici, s'avère nécessaire.

La détermination des amplitudes modales est obtenue grâce à la relation (4.2), après avoir généralisé les expressions données dans l'équation (4.3) de la façon suivante :

$$\begin{cases} I_{xz}(k) = \left(\sum_{n=0}^{N-1} e^{jknp} \right) \int_{-L}^L \sigma_{xz}(x, d) e^{jkx} dx \\ I_{zz}(k) = \left(\sum_{n=0}^{N-1} e^{jknp} \right) \int_{-L}^L \sigma_{zz}(x, d) e^{jkx} dx \end{cases} \quad (4.10)$$

où N est le nombre d'éléments piézoélectriques et p le pas du transducteur. On rappelle que L est la demi-largeur d'un élément.

b) Sélection d'un mode

L'exemple qui va servir à illustrer notre propos est celui d'un transducteur constitué de deux éléments piézoélectriques PZT identiques, collés sur une plaque composite carbone / epoxy [0₃₂]. La largeur de ces éléments est de 4,6 mm et leur épaisseur est de 1 mm. La fréquence et l'amplitude d'excitation étant fixées (fréquence 400 kHz et amplitude 1 V), les caractéristiques du champ acoustique généré dans la plaque vont dépendre uniquement du pas p du transducteur.

Le but que l'on se fixe ici est de déterminer une valeur optimale de p permettant d'exciter sélectivement un mode donné. Pour cela, nous étudierons la contribution individuelle de chaque mode en fonction de p . En particulier, nous nous intéresserons à la contribution au déplacement normal en surface de plaque, donnée par l'expression $a_m u_{zm}$ pour le mode m (Figure 4-8).

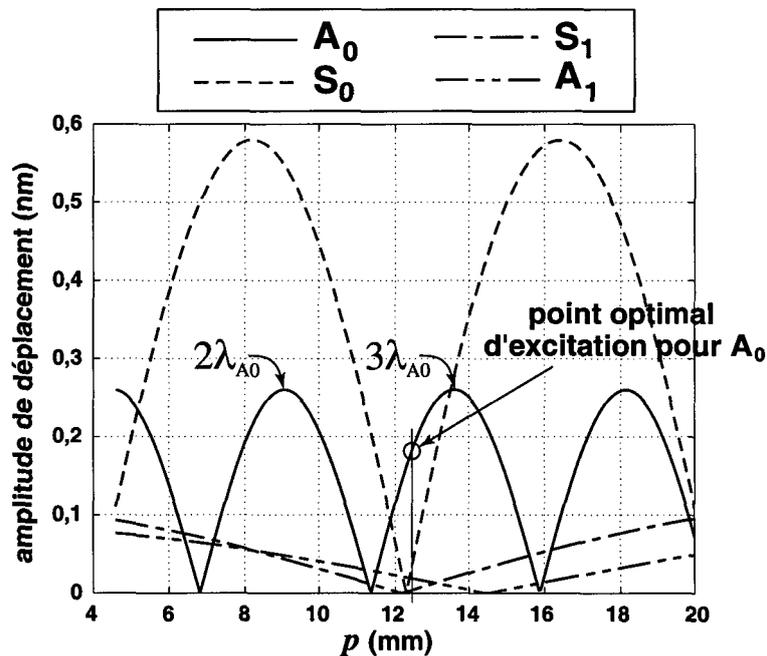


Figure 4-8 : Contribution de chaque mode au déplacement normal en surface de plaque, en fonction du pas p du transducteur (400 kHz)

Il est facile de voir sur cet exemple, que l'amplitude de génération maximale de n'importe quel mode est effectivement obtenue lorsque le pas du transducteur est égal à la longueur d'onde de ce mode. Pour information, on donne les longueurs d'onde des modes S_0

et A_0 respectivement, pour la plaque considérée et à la fréquence de 400 kHz : $\lambda_{s_0} \approx 8,20$ mm et $\lambda_{A_0} \approx 4,53$ mm.

Cependant, si l'on désire par exemple générer dans la plaque le mode A_0 le plus pur possible, on peut constater aisément que la valeur optimale pour p se situe alors aux alentours de 12,5 mm, qui n'est pas un multiple entier de la longueur d'onde. Les configurations $p = 2\lambda_{A_0}$ et $p = 3\lambda_{A_0}$ entraînent visiblement l'excitation simultanée de plusieurs modes.

c) Confirmation

Afin de vérifier de façon plus directe et plus visuelle la conclusion qui vient d'être tirée, nous avons comparé le champ de déplacement total en surface de la plaque (courbes continues), recombinaé à partir du développement en modes normaux, avec le champ créé par le mode A_0 uniquement (courbes pointillées). Les trois valeurs particulière de pas : $p = 2\lambda_{A_0} = 9.07$ mm, $p = 12.5$ mm et $p = 3\lambda_{A_0} = 13.6$ mm ont été traitées (Figure 4-9). Le facteur d'amplification des valeurs du déplacement est ici de $2 \cdot 10^6$.

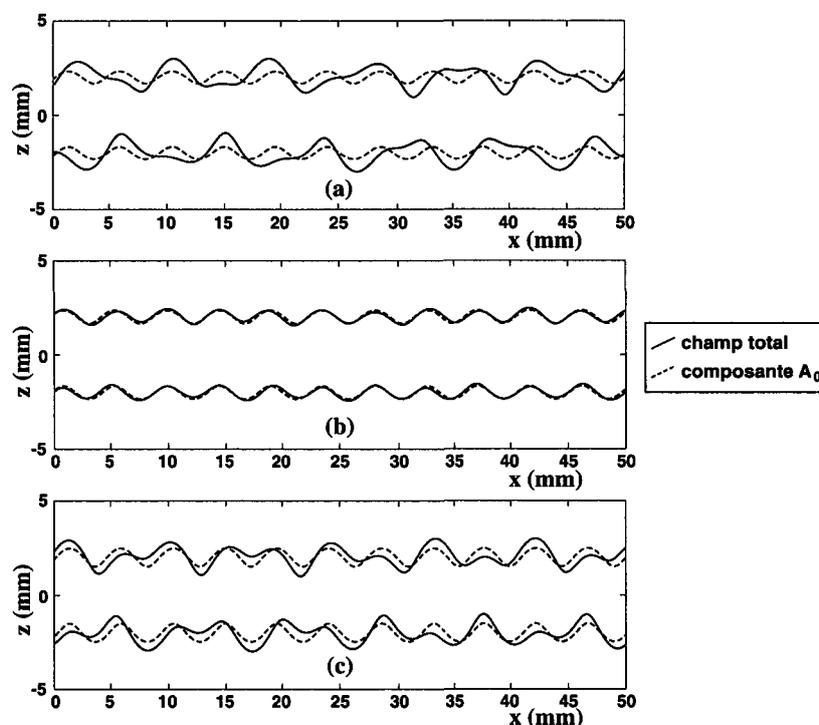


Figure 4-9 : Comparaison entre le champ de déplacement global et le champ engendré uniquement par le mode A_0 . (a) $p = 2\lambda_{A_0} = 9.07$ mm ; (b) $p = 12.5$ mm ; (c) $p = 3\lambda_{A_0} = 13.6$ mm

On constate aisément que l'excitation la plus sélective du mode A_0 a lieu pour $p = 12.5$ mm (superposition des courbes continues et pointillées) et non lorsque le pas est égal à un multiple de λ_{A_0} . Ceci confirme donc la conclusion du paragraphe précédent. Notons que le cas $p = \lambda_{A_0}$ n'aurait aucun sens ici, puisqu'il correspondrait à un chevauchement des éléments.

Dans cet exemple, le principe consistant à ajuster le pas du transducteur à la longueur d'onde d'un mode apparaît donc bien médiocre en termes de sélection de ce mode. On voit alors que la détermination de la valeur optimale n'est pas intuitive, et l'intérêt de la modélisation devient évident.

4.2.3 Cas d'une excitation avec déphasages variables

a) Principe

La prise en compte des déphasages conduit simplement à une légère modification de l'équation (4.10). Si on note $\Delta\varphi_n$ le déphasage de l'excitation du $n^{\text{ième}}$ élément, on a alors :

$$\begin{cases} I_{xz}(k) = \left(\sum_{n=0}^{N-1} e^{j(knp + \Delta\varphi_n)} \right) \int_{-L}^L \sigma_{xz}(x, d) e^{jkx} dx \\ I_{zz}(k) = \left(\sum_{n=0}^{N-1} e^{j(knp + \Delta\varphi_n)} \right) \int_{-L}^L \sigma_{zz}(x, d) e^{jkx} dx \end{cases} \quad (4.11)$$

L'introduction de ces relations dans l'équation (4.2) permet comme précédemment de déterminer l'amplitude associée à chaque mode.

La possibilité d'introduire des déphasages variables dans l'excitation des éléments permet de disposer d'un éventail plus large de paramètres d'optimisation. Comme nous allons le voir grâce à l'exemple qui suit, ceci va permettre une amélioration notable de la capacité de sélection des transducteurs.

Dans le cas de l'excitation en phase, le cas de figure idéal pour la sélection d'un mode donné serait d'ajuster le pas du transducteur à un multiple de la longueur d'onde (ce qui permettrait d'obtenir la meilleure amplitude d'excitation), tout en s'assurant que les

amplitudes d'excitation des autres modes soient comparativement faibles pour cette valeur de p . Comme nous l'avons remarqué dans la section précédente, ceci n'est possible que de façon aléatoire. Nous allons voir que l'introduction des déphasages permet de contourner le problème.

En effet, considérons un transducteur constitué de N éléments et appliquons les déphasages suivants à l'excitation :

$$\Delta\varphi_n = -(n-1)kp \text{ pour } n = 1 \dots N \quad (4.12)$$

où k est la norme du vecteur d'onde du mode considéré.

Ce principe d'excitation offre la possibilité de distribuer l'amplitude maximale du mode, non plus sur un ensemble discret de valeurs de p , mais sur toutes les valeurs possibles. On aura de cette façon plus de chances de trouver une valeur de p minimisant les amplitudes des modes indésirables.

Les déphasages dépendant directement de p , on est ramené de cette manière à une optimisation à un seul paramètre.

b) Détermination des paramètres optimaux

Nous illustrerons ce point en considérant l'exemple d'un transducteur à quatre éléments excitables indépendamment. Ces éléments sont identiques à ceux qui ont été employés dans le cas précédent et la plaque sur laquelle ils seront fixés est constituée du même composite unidirectionnel [0₃₂]. La fréquence d'excitation est toujours de 400 kHz.

Ces quatre éléments sont donc excités en appliquant le principe de déphasage exposé plus haut. Les contributions des différents modes au champ de déplacement en surface de la plaque ont alors été calculées pour des valeurs du pas p variables (les déphasages variant également en conséquence). Les courbes obtenues doivent permettre de déterminer la valeur optimale de p , et donc des déphasages, pour la sélection du mode désiré.

Ainsi, les courbes ci-dessous (Figure 4-10) correspondent au cas où le nombre d'onde intervenant dans l'expression des déphasages (équation 4.12) est celui du mode S_0 .

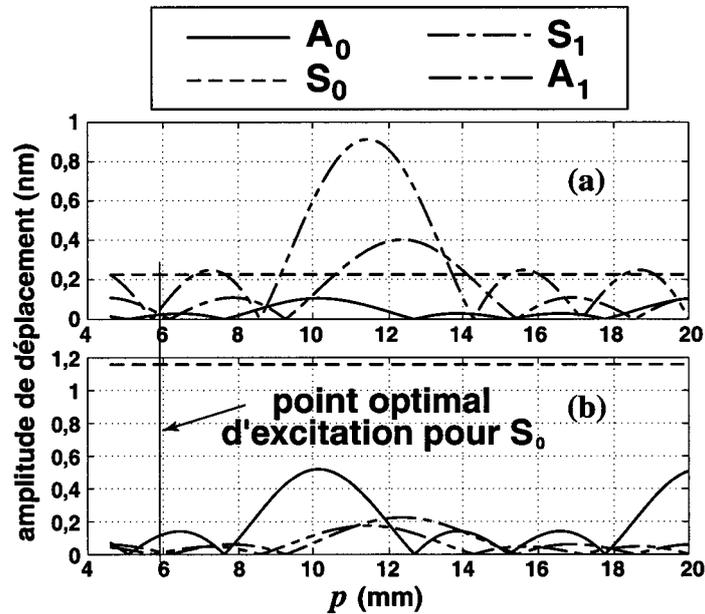


Figure 4-10 : Contribution de chaque mode au champ de déplacement en surface.

(a) déplacement normal. (b) déplacement tangentielle

On constate que la contribution du mode S_0 est effectivement constante et maximale sur toute la plage considérée. Une des valeurs de p permettant d'obtenir une bonne sélection du mode S_0 est située aux alentours de 6 mm ($p = 5,85$ mm, plus précisément).

c) Confirmation

De la même façon que précédemment, le champ de déplacement total et sa composante correspondant au mode S_0 ont été comparés pour la valeur de p déterminée au paragraphe précédent (Figure 4-11-a). Le fait que ces deux courbes soient très proches l'une de l'autre confirme une excitation sélective du mode S_0 .

Le même principe a été appliqué pour la génération des autres ondes de Lamb existant à la fréquence considérée (A_0 , S_1 et A_1). Les valeurs optimales du pas ont été déterminées de la même façon, puis pour ces valeurs, la comparaison du champ total avec le champ associé au seul mode considéré a été établie (Figure 4-11-b, c, d).

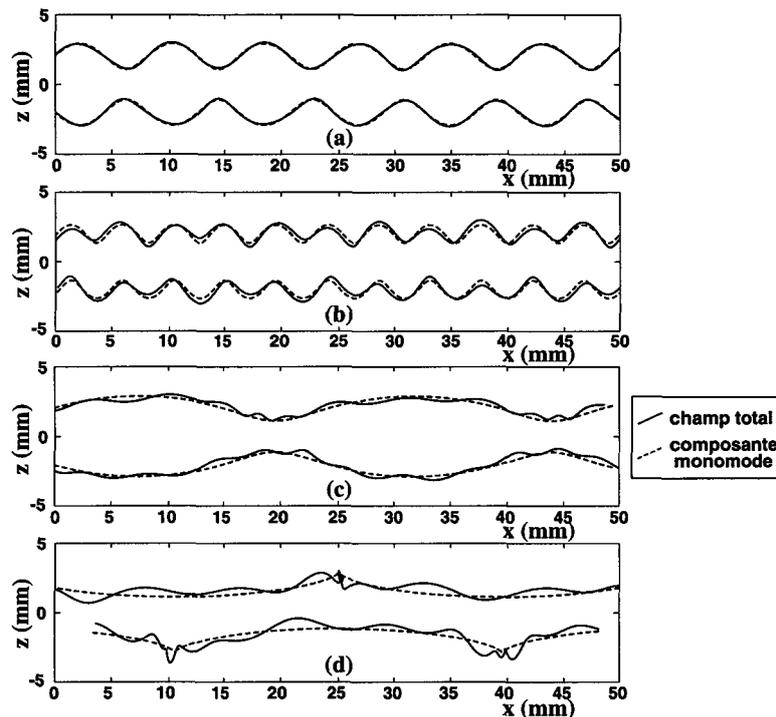


Figure 4-11 : Comparaison entre le champ de déplacement global et le champ engendré uniquement par le mode désiré. (a) optimisé pour S_0 ($p = 5,85$ mm) ; (b) optimisé pour A_0 ($p = 8$ mm) ; (c) optimisé pour S_1 ($p = 30,8$ mm) ; (d) optimisé pour A_1 ($p = 28,4$ mm)

La sélection des modes S_0 , A_0 et S_1 apparaît donc très bonne. Le résultat est par contre un peu moins probant dans le cas du mode A_1 . Un moyen d'améliorer éventuellement la sélection de ce mode, à la même fréquence, pourrait être la variation de la largeur des transducteurs, ou encore l'application d'une autre distribution de déphasages.

4.3 Transducteur mono-élément inséré dans le volume

4.3.1 Principe de la modélisation

a) Introduction

Dans cette section, le cas d'un transducteur piézoélectrique fin inséré dans une plaque sera traité. La méthode présentée au chapitre 3 constituera une fois encore la base de cette modélisation.

Le problème semble pouvoir être résolu simplement, en adoptant une démarche similaire au cas du transducteur mono-élément présenté précédemment (section 4.1). Il suffirait alors de supposer nul le terme f_{sm} apparaissant dans les relations (3.13) et (3.16), et de déterminer le terme f_{vm} grâce aux éléments finis. Nous allons cependant appliquer ici une variante plus adaptée à ce cas de figure.

Afin de simplifier la formulation des équations qui vont suivre, nous introduisons une grandeur notée $\boldsymbol{\tau}$, appelée vecteur champ acoustique. Il s'agit simplement d'une notation condensée permettant de tenir compte simultanément des champs de déplacement et de contrainte. Ainsi pour le $n^{\text{ième}}$ mode du guide d'onde, le vecteur champ acoustique est défini de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\tau}_n = \begin{pmatrix} v_{nx} \\ v_{nz} \\ \sigma_{nxx} \\ \sigma_{nxz} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

L'équation (3.10), représentant le développement en modes normaux d'un champ acoustique quelconque, peut alors s'écrire :

$$\boldsymbol{\tau}(x, z) = \sum_n a_n(x) \boldsymbol{\tau}_n(z) \quad (4.14)$$

Comme nous prendrons uniquement en compte les ondes de Lamb se propageant suivant la direction des x croissants, les amplitudes modales a_m peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$a_m(x) = A_m e^{-jk_m x} \quad (4.15)$$

où, comme précédemment, les normes k_m des vecteurs d'ondes sont bien entendu supposés connus. Les inconnues du problème sont alors les A_m .

b) Résolution

Nous poserons le problème de la façon suivante : un transducteur piézoélectrique de largeur L , inséré dans l'épaisseur d'une plaque, engendre dans celle-ci un champ acoustique inconnu noté $\tau(x, z)$ (Figure 4-12).

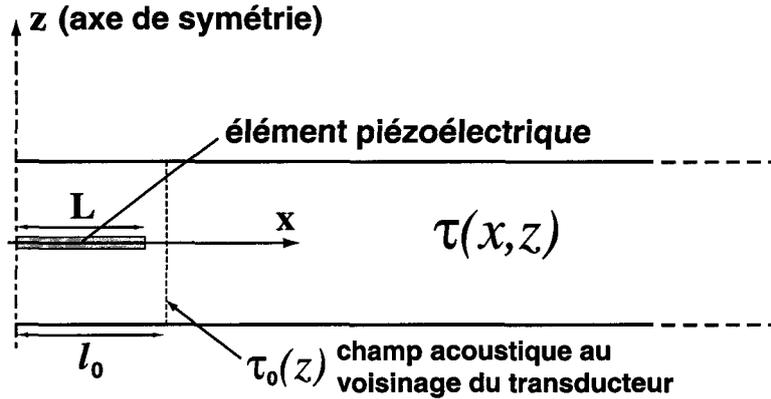


Figure 4-12 : Excitation par un transducteur inséré

Considérons une tranche de plaque positionnée à une distance $(l_0 - L)$ de l'extrémité du transducteur. Le vecteur champ acoustique dans cette tranche sera désigné par $\tau_0(z) = \tau(l_0, z)$. Si ce champ acoustique local est connu, il est alors possible de résoudre le problème par projection dans la base des modes normaux. En effet, les relations (4.14) et (4.15) permettent d'écrire :

$$\tau_0(z) = \sum_n A_n \tau_n(z) e^{-jk_n l_0} \quad (4.16)$$

Considérons à présent un produit scalaire (\cdot, \cdot) de l'espace des vecteurs champ acoustique. Le produit scalaire entre le champ acoustique local τ_0 et le champ acoustique τ_m associé au mode m s'écrit alors, d'après la relation (4.16) :

$$(\tau_0, \tau_m) = \sum_n A_n (\tau_n, \tau_m) e^{-jk_n l_0} \quad (4.17)$$

La condition d'orthogonalité entre les modes propres (modes normaux) du guide d'onde doit se traduire par la relation suivante :

$$(\boldsymbol{\tau}_n, \boldsymbol{\tau}_m) = 0 \text{ pour } n \neq m \quad (4.18)$$

La conséquence de cette relation est que seul le terme d'ordre m dans la somme apparaissant au second membre de l'équation (4.17) est non nul. L'expression de l'amplitude A_m du mode m s'en déduit alors directement :

$$A_m = \frac{(\boldsymbol{\tau}_0, \boldsymbol{\tau}_m)}{(\boldsymbol{\tau}_m, \boldsymbol{\tau}_m)} e^{jk_m l_0} \quad (4.19)$$

La relation d'orthogonalité (3.9), valable pour les modes propagatifs, suggère le choix d'un produit scalaire défini par la relation suivante :

$$(\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\tau}_2) = -\frac{1}{4} \int_{-d}^d (v_{1x} \sigma_{2xx}^* + v_{1z} \sigma_{2xz}^* + v_{2x}^* \sigma_{1xx} + v_{2z}^* \sigma_{1xz}) dz \quad (4.20)$$

où

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \begin{pmatrix} v_{1x} \\ v_{1z} \\ \sigma_{1xx} \\ \sigma_{1xz} \end{pmatrix} \text{ et } \boldsymbol{\tau}_2 = \begin{pmatrix} v_{2x} \\ v_{2z} \\ \sigma_{2xx} \\ \sigma_{2xz} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

sont deux vecteurs champ acoustique quelconques.

On peut montrer aisément que la relation (4.20) satisfait effectivement à la définition d'un produit scalaire. En particulier, pour deux modes propres propagatifs $\boldsymbol{\tau}_m$ et $\boldsymbol{\tau}_n$, on a bien :

$$(\boldsymbol{\tau}_m, \boldsymbol{\tau}_n) = P_{mn} = 0 \text{ si } m \neq n \quad (4.22)$$

En conséquence, si le mode m considéré est propagatif, alors son amplitude a_m est obtenue en appliquant les relations (4.19), (4.20) et (4.15) :

$$a_m(x) = -\frac{e^{jk_m(l_0-x)}}{4P_{mm}} \int_{-d}^d (v_{0x} \sigma_{mxx}^* + v_{0z} \sigma_{mzx}^* + v_{mx}^* \sigma_{0xx} + v_{mz}^* \sigma_{0xz}) dz \quad (4.23)$$

Le champ acoustique local τ_0 au voisinage du transducteur est déterminé grâce à une modélisation éléments finis similaire à celle utilisée pour le cas du transducteur en surface (section 4.1.1). En particulier, la technique de l'élément atténuateur est appliquée ici encore, afin de réduire la taille du maillage.

4.3.2 Exemple et validation numérique

a) Présentation du spécimen d'étude

À titre d'illustration, nous avons appliqué la méthode à la modélisation d'un spécimen réel. Ce spécimen, réalisé au FFA (Suède), est constitué d'une plaque composite unidirectionnelle $[0_{32}]$ contenant un transducteur piézoélectrique inséré (Figure 4-13).

Le transducteur piézoélectrique utilisé est un élément en céramique PZT de forme parallélépipédique. Sa longueur et sa largeur sont de 1 cm ; son épaisseur est de 350 μm . Ce transducteur a été mis en place entre les deux plis centraux au cours du processus de fabrication de la plaque composite. La connexion électrique est assurée grâce à deux films de polyamide métallisés (Kapton), d'épaisseur 25 μm , collés sur chaque face du transducteur et débouchant à l'extérieur de la plaque. L'épaisseur totale de l'implant est donc de l'ordre de 400 μm .

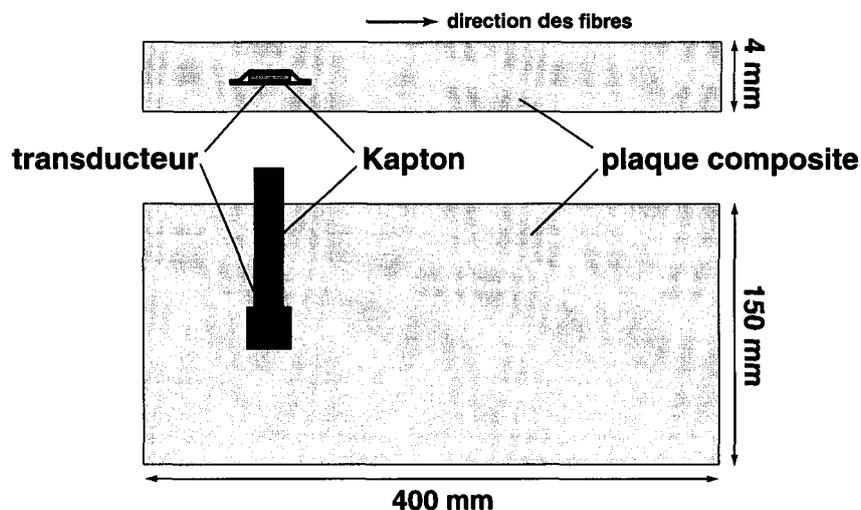


Figure 4-13 : Configuration du spécimen d'étude

Afin de s'assurer que le cycle de cuisson du matériau composite n'a causé aucune dégradation de l'implant ou de l'interface plaque/implant, un contrôle ultrasonore de la zone concernée a été réalisé à l'ONERA. Les résultats de ce contrôle (présentés brièvement en annexe F) n'ont mis en évidence aucune détérioration notable.

b) Validation par éléments finis

La détermination de l'amplitude associée à chacune des ondes de Lamb (modes propagatifs) est permise grâce à la relation (4.23). Ayant calculé les amplitudes de tous les modes, on peut alors déterminer le champ acoustique global dans la plaque par sommation de toutes les composantes (équation 4.14). De cette manière, nous avons pu déterminer et représenter les champs de déplacement sur les surfaces de la plaque, pour une excitation harmonique d'amplitude 1 V et de fréquence 400 kHz (Figure 4-14). Dans cette figure, les valeurs des déplacements ont été amplifiées d'un facteur $3 \cdot 10^6$ environ.

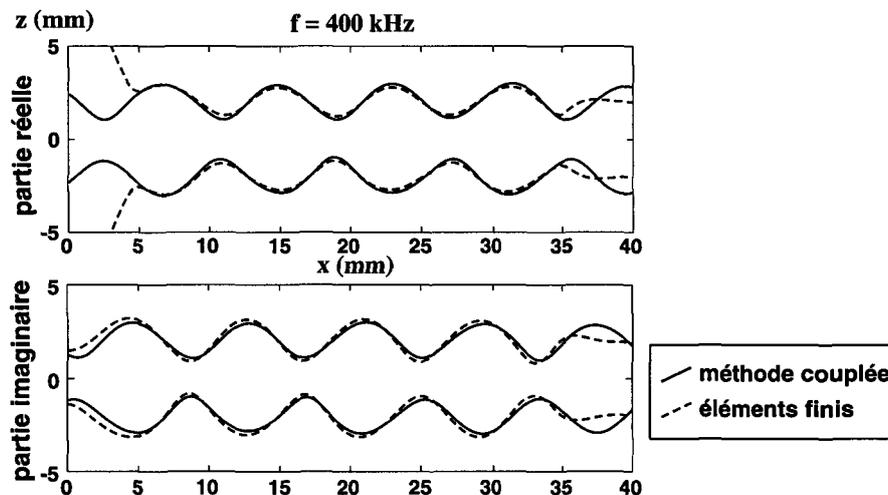


Figure 4-14 : Déformée de la plaque excitée par le transducteur inséré (400 kHz)

Le champ de déplacement obtenu apparaît clairement symétrique. Ceci ne semble pas surprenant, puisque la structure modélisée est elle-même symétrique. Il se trouve dans cet exemple que le mode S_0 est largement dominant.

De la même façon que dans le cas du mono-élément collé en surface, un calcul complet, purement éléments finis, a été effectué également. Les résultats obtenus ont été représentés sous forme de courbes en pointillés dans la figure précédente.

En passant outre les modes évanescents qui ne sont pas pris en compte, rappelons-le, dans le calcul par modes normaux, mais qui apparaissent au voisinage immédiat du transducteur dans les résultats du calcul éléments finis, un très bon accord est obtenu entre les résultats fournis par les deux méthodes.

4.3.3 Validation expérimentale

a) Choix de la méthode de mesure

Afin de valider expérimentalement les résultats obtenus, nous nous proposons d'utiliser une méthode optique de mesure de déplacements appelée shearographie. Cette technique interférométrique, déjà mentionnée en tant que technique émergente de CND (paragraphe 1.1.2c), permet de mettre en évidence des déformations hors-plan de l'ordre du nanomètre en surface d'un échantillon.

Cette méthode possède quelques avantages notables par rapport à d'autres techniques classiques de mesure de déplacements telles que la sonde hétérodyne ou l'interféromètre de Michelson. Elle est par exemple assez peu sensible aux perturbations thermiques ou à la rugosité de surface de l'échantillon. Par son principe même, elle permet de plus de mesurer instantanément le champ de déplacement sur une portion entière de la surface de l'échantillon, plutôt que le déplacement local en un point donné.

Le travail qui va être présenté dans cette section a donc consisté à mesurer par shearographie le champ de déplacement normal en surface du spécimen, le transducteur étant excité par un signal harmonique. Ces mesures ont été réalisées à l'ONERA.

b) Principe de la shearographie

Tous les détails souhaitables concernant la shearographie sont disponibles dans la thèse de T. Lamarque ²⁸, qui a contribué pour une large part à la mise en œuvre à l'ONERA d'un système fonctionnel, basé sur cette technique, permettant de visualiser la propagation d'ondes de Lamb. Seuls les rudiments de la technique seront donc mentionnés ici.

Le principe de cette méthode de mesure consiste à éclairer l'échantillon par une lumière laser diffuse. Grâce à un dispositif optique adapté (Figure 4-15), on va faire interférer l'onde lumineuse réfléchie sur l'objet avec une onde dite de référence, également réfléchie sur l'objet mais légèrement décalée spatialement par rapport à la première. Ce décalage spatial, que l'on notera δ_x est appelé cisaillement. Le nom de la technique découle d'ailleurs de ce terme ("shear" signifie cisailier en anglais).

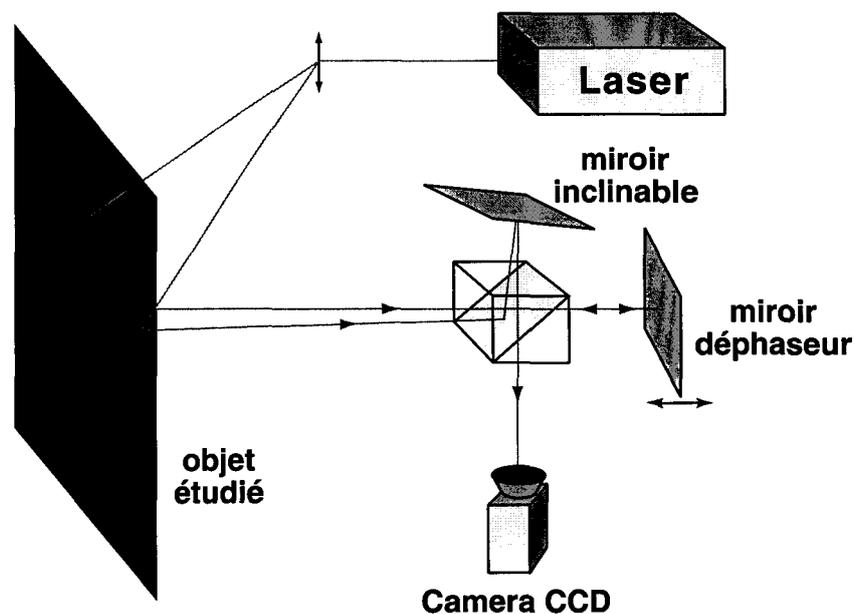


Figure 4-15 : Schéma de principe de la shearographie

Le dispositif permettant de réaliser le cisaillement est un interféromètre de type Michelson dont l'un des miroirs est inclinable à volonté. En un point donné de l'image d'interférence enregistrée par la caméra CCD, l'intensité lumineuse est donc proportionnelle à la différence de marche entre deux points de l'échantillon séparés de la distance de cisaillement δ_x .

Afin d'obtenir une mesure quantitative de déplacement, il est nécessaire de remonter aux valeurs des déphasages entre les deux images décalées. Ceci est réalisé grâce à la méthode du décalage de phase (appelée "phase stepping" en anglais)¹¹⁰. Cette méthode consiste à calculer l'image de phase à partir de l'acquisition de quatre images d'interférence pour lesquelles on a introduit des déphasages différents connus, à l'aide du miroir déphaseur (miroir solidaire d'un élément piézoélectrique).

La shearographie est en général utilisée pour la visualisation de déformations statiques. Dans ce cas, la différence entre les images de phase enregistrées avant (état 1) et après la déformation de l'objet (état 2) permet d'obtenir une image représentative de la déformation de surface. On peut montrer que lorsque δ_x est faible, l'image obtenue correspond en fait à la dérivée première du profil de déformation.

Dans le cas de l'application à la visualisation du champ engendré par la propagation d'ondes de Lamb, une légère adaptation de la technique est nécessaire. L'état 1 de déformation est alors défini en synchronisant le faisceau laser incident en phase avec l'excitation des ondes de Lamb (par modulation acousto-optique). Quant à l'état 2, il est défini en synchronisant le laser en opposition de phase avec l'excitation. La différence entre les deux images de phase obtenues pour les états 1 et 2 respectivement, fournit alors directement une représentation du champ de déplacement normal en surface, et non sa dérivée comme dans le cas statique.

On peut montrer que les meilleurs résultats sont obtenus lorsque le cisaillement δ_x est ajusté à la demi-longueur d'onde du mode de Lamb que l'on souhaite visualiser. La sensibilité du système peut être accrue en appliquant une peinture réfléchissante sur la surface de l'échantillon (en particulier lorsque le matériau a un aspect sombre, ce qui est le cas pour le composite carbone/époxy).

c) Résultats des mesures et comparaison avec la théorie

La fréquence de travail a été fixée ici par les limitations de la shearographie. En effet, les meilleurs résultats de visualisation du champ de déplacement ont été obtenus pour une fréquence d'excitation de l'élément piézoélectrique de 330 kHz. C'est donc cette fréquence particulière qui sera retenue pour la suite de l'étude.

L'image ci-dessous (Figure 4-16) a été obtenue en ajustant le cisaillement à la demi-longueur d'onde du mode S_0 . Elle met clairement en évidence une propagation de ce mode à partir de la position du transducteur. Les fronts d'onde apparaissent fortement elliptiques, ce qui s'explique par le fait que les caractéristiques du mode S_0 sont très sensibles à l'anisotropie du matériau (composite unidirectionnel). La forme de ces fronts d'onde est conforme aux courbes de lenteur calculées par C. Simon ⁶, pour le composite $[0_{32}]$. Pour information, on

notera que l'amplitude de l'excitation électrique était dans cet exemple de 14,14 V (tension efficace de 10 V).

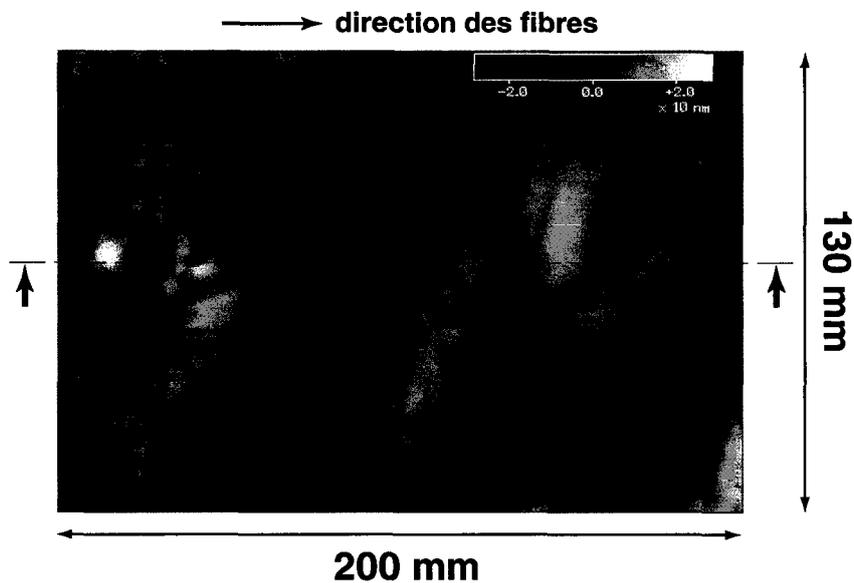


Figure 4-16 : Champ de déplacement normal en surface, mesuré par shearographie.

δ_x ajusté pour la visualisation de S_0

L'image suivante (Figure 4-17) est un zoom centré sur la position du transducteur, et dont les dimensions sont indiquées par le cadre noir dans la figure précédente. La valeur du cisaillement a été adaptée dans ce cas à la visualisation du mode A_0 . Les caractéristiques de l'excitation sont strictement les mêmes que précédemment.

Conformément à ce que les courbes de lenteur pour le mode A_0 suggèrent, les fronts d'onde apparaissent presque circulaires. L'effet de la dispersion influence donc très peu le comportement de ce mode.

L'amplitude de génération de mode A_0 apparaît largement plus faible que celle du mode S_0 . Ce dernier reste parfaitement observable sur une grande distance (20 cm et plus), alors que A_0 s'atténue très vite et n'est plus visible au delà d'une distance de propagation de quelques centimètres. La propagation dans la plaque apparaît donc quasiment mono-modale au delà de cette distance. Ceci n'est pas surprenant, puisque le spécimen a une structure a priori à peu près symétrique. Cependant, le fait même que le mode A_0 soit excité, aussi faiblement soit-il, tendrait justement à prouver la présence d'un léger défaut de symétrie.

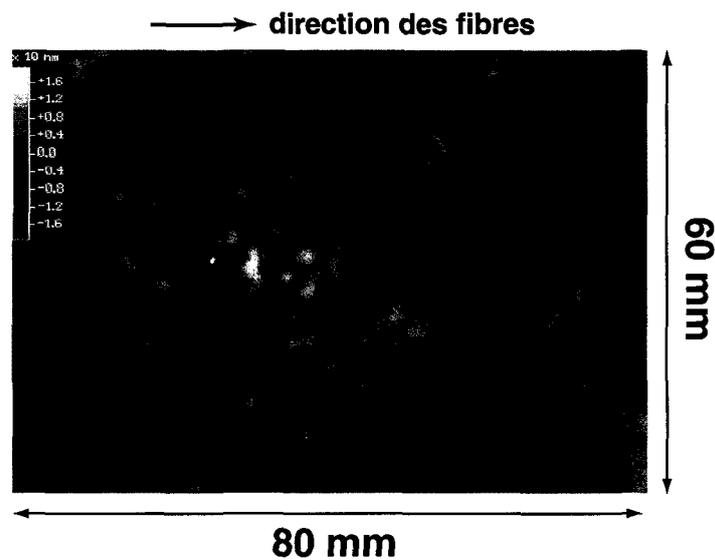


Figure 4-17 : Champ de déplacement normal en surface, mesuré par shearographie.

$$\delta_x \text{ ajusté pour la visualisation de } A_0$$

Cette hypothétique asymétrie n'étant pas prise en compte dans le modèle, nous ne retiendrons, pour la comparaison, que les résultats tirés de la première image (Figure 4-16). Ainsi le profil des déplacements normaux, le long d'une coupe dont la position est repérée par le trait discontinu et les flèches, a été extrait. Celui-ci a alors pu être comparé au champ de déplacement normal en surface, calculé grâce à la méthode couplée (Figure 4-18).

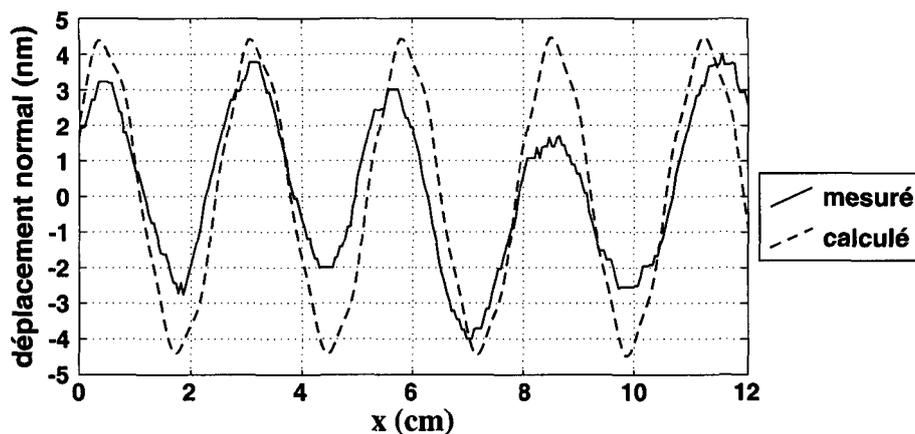


Figure 4-18 : Comparaison entre les déplacements normaux mesurés et calculés

On notera que les amplitudes de déplacement ont été divisées par un facteur 4, par rapport à l'image obtenue par shearographie. Ceci s'explique par le fait que, d'une manière générale, la technique du décalage de phase, employée pour déterminer l'image de phase de

l'objet, nécessite l'acquisition de quatre images d'interférence. Les intensités lumineuses enregistrées correspondent donc en fait à des valeurs de déplacement quatre fois supérieures aux valeurs réelles.

Ceci étant précisé, on peut constater que la concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux est très encourageante. Diverses raisons peuvent être invoquées pour expliquer les différences néanmoins observées. Certaines d'entre elles sont liées aux hypothèses de modélisation, alors que d'autres correspondent à des incertitudes expérimentales. Nous argumentons ici sur les raisons qui nous paraissent les plus pertinentes :

En premier lieu, la modélisation bidimensionnelle que nous avons effectuée suppose un rayonnement unidirectionnel de la source ultrasonore. L'image obtenue par shearographie (Figure 4-16) montre cependant que l'énergie de la propagation du mode dominant S_0 semble concentrée essentiellement suivant la direction des fibres de carbone. L'hypothèse semble donc relativement raisonnable dans ce cas, mais son effet peut être néanmoins sensible. Deuxièmement, aucune atténuation n'est prise en compte dans le calcul. Même si celle-ci s'avère expérimentalement faible, ce facteur peut cependant avoir quelque influence sur l'amplitude du champ de déplacement.

D'autre part, même si la shearographie permet par essence même de s'affranchir assez bien du bruit thermique et autres perturbations, les déplacements mesurés sont suffisamment faibles pour causer d'éventuels problèmes de précision relative. Enfin, on notera que des incertitudes sur les caractéristiques de l'insert sont envisageables. En effet, l'état réel de l'interface plaque/transducteur et la disposition exacte des bandes de Kapton ne peuvent être connues avec précision.

Conclusion et perspectives

L'objectif du travail présenté dans cette thèse était d'étudier la génération d'ondes de Lamb dans des plaques composites, par des éléments piézoélectriques intégrés à ces plaques. L'emploi des matériaux composites se généralisant à un rythme soutenu, en particulier dans les applications aéronautiques, c'est en effet sur ce type de matériau que notre étude a porté. La généralisation à des matériaux de comportement mécanique plus simple, comme par exemple les métaux, ne pose aucun problème.

Dans un premier temps, nous avons vu ce qui justifiait la nécessité d'un contrôle-santé régulier des matériaux composites, ainsi que les méthodes courantes permettant de réaliser un tel contrôle. Malgré les améliorations qui leur sont apportées, ces méthodes restent peu satisfaisantes en termes de rendement. La volonté de réduction des coûts, à niveau de sécurité au minimum constant, incite à développer un nouveau type de suivi, dénommé contrôle-santé intégré. La génération d'ondes de Lamb par des transducteurs piézoélectriques miniaturisés est apparue comme une des techniques prometteuse pour la réalisation de ce type de système. La propagation des ondes de Lamb étant multi-modale, le problème qui se pose est alors le contrôle des modes générés.

Afin de vérifier la faisabilité et tester l'efficacité réelle d'un tel principe de génération, un premier spécimen d'étude, constitué d'une pastille piézoélectrique insérée dans une plaque composite, fut réalisé à l'ONERA. Le problème s'avérant trop complexe pour être traité analytiquement, une modélisation numérique (méthode des éléments finis) de l'ensemble transducteur / matériau hôte a été proposée. Dans cette étude, l'importance du mode de vibration latérale de l'élément piézoélectrique, pour ce type d'applications, a été mise en évidence. Si les résultats de la modélisation sont satisfaisants d'un point de vue qualitatif, quelques insuffisances de l'approche éléments finis se sont révélées.

Nous avons ainsi été amenés à mettre au point une technique de modélisation originale, bien adaptée au problème et destinée à étendre les capacités de la modélisation par éléments finis du phénomène étudié. Cette technique consiste en un couplage de la méthode des éléments finis, assurant le calcul local de la partie piézoélectrique du problème, et de la

méthode de développement en modes normaux, permettant la détermination des ondes de Lamb générées. À cette occasion, nous avons dû développer le principe d'un élément atténuateur, destiné à supprimer les réflexions en fin du maillage éléments finis. Malgré la relative simplicité de l'approche, nous avons pu concevoir un atténuateur ayant de très bonnes performances et permettant donc de réduire fortement la taille du maillage.

Enfin, les exemples d'applications présentés ont permis de vérifier l'intérêt pratique de la méthode de modélisation proposée. Pour le cas de l'élément piézoélectrique unique collé en surface, les résultats fournis par notre méthode ont pu être validés grâce à un modèle purement numérique. En outre, des considérations de similitudes dimensionnelles, associées à quelques hypothèses validées, ont permis de démontrer la souplesse d'adaptation de la méthode à des cas variés. En particulier, nous avons vu qu'il était possible de réaliser, dans une certaine mesure, une étude paramétrique complète à partir d'un unique calcul éléments finis. Dans le cas du transducteur multi-élément en surface, des exemples d'optimisation des paramètres du transducteur pour une génération mono-mode d'ondes de Lamb ont été donnés. Nous avons traité enfin la génération par un élément piézoélectrique inséré dans le matériau composite. En plus de la validation numérique, une première validation expérimentale des résultats a été permise grâce à une mesure par shearographie du champ de déplacement en surface d'un second spécimen.

Quant aux perspectives à donner à ce travail, elles devront, d'un point de vue général, déboucher sur la mise en œuvre d'un outil parfaitement fonctionnel permettant la conception de transducteurs intégrés adaptés à la détection des défauts dans n'importe quel type de matériau composite. On pourra mentionner en premier lieu le fait qu'une validation expérimentale plus poussée de la méthode paraisse souhaitable. Nous pensons notamment à une vérification du principe de sélection d'un mode par un multi-élément avec excitations déphasées ; ce qui nécessitera une étude extrêmement minutieuse (grande précision de positionnement des éléments). Toujours dans le cas du transducteur multi-élément, on peut envisager également la prise en compte d'un éventuel couplage entre deux éléments consécutifs. Afin d'étendre le champ d'application de la méthode, son adaptation au cas d'un multi-élément inséré ou au cas d'une excitation transitoire des éléments piézoélectrique serait bienvenue. La généralisation de la méthode au cas d'une plaque composite monoclinique ou multicouche ne devrait a priori pas poser de problèmes insurmontables.

Références Bibliographiques

- ¹ <http://www.cordis.lu/brite-euram/>
- ² D. C. Worlton, 'Ultrasonic testing with Lamb waves', *Nondestructive testing*, vol. 15, pp 218-222 (1957).
- ³ I. A. Viktorov, *Rayleigh and Lamb waves*, Plenum, New York (1967).
- ⁴ T. Demol, 'Étude de transducteurs en barrette adaptés au contrôle santé par ondes de Lamb de structures aéronautiques composites. Application à la caractérisation de l'impact basse vitesse', Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis (1998).
- ⁵ P. Blanquet, 'Étude de l'endommagement des matériaux composites aéronautiques à partir de techniques ultrasonores', Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis (1997).
- ⁶ C. Simon, 'Propagation des ondes de Lamb dans un matériau composite stratifié - Application à la détection de délaminages', Thèse de doctorat, Université Paris 7 (1997).
- ⁷ C. A. Paget et K. Levin, 'Structural integrity of composites with embedded piezoelectric ceramic transducer', *Proceedings of SPIE*, vol. 3668, pp 306-313 (1999).
- ⁸ E. Moulin, J. Assaad, C. Delebarre, H. Kaczmarek et D. Balageas, 'Piezoelectric transducer embedded in composite plate : Application to Lamb wave generation', *J. Appl. Phys.*, vol. 82, pp 2049-2055 (1997).
- ⁹ E. Moulin, J. Assaad, C. Delebarre et D. Osmont, 'Modeling of Lamb waves generated by integrated transducers in composite plates, using a coupled Finite Element - Normal Modes Expansion method', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 107, pp 87-94 (2000).
- ¹⁰ E. Moulin, J. Assaad, C. Delebarre et S. Grondel, 'Modeling of integrated Lamb waves generation systems using a coupled finite element - normal modes expansion technique', *Ultrasonics International Conference* (1999).
- ¹¹ N. Bourasseau, E. Moulin, C. Delebarre et P. Bonniau, 'Radome health monitoring with Lamb waves : Experimental approach', *Soumis pour publication à NDT&E International* (1999).

- ¹² S. Grondel, E. Moulin and C. Delebarre, 'Lamb wave assessment of fatigue damage in aluminium plates', Proceedings of SPIE, vol. 3668, pp 377-381 (1999).
- ¹³ E. Moulin, J. Assaad, C. Delebarre et D. Osmont, 'Lamb waves generation using a transducer embedded in a composite plate', Proceedings of the 12th ICCM (1999).
- ¹⁴ J. M. Berthelot, *Matériaux composites - Comportement mécanique et analyse des structures*, 2nd éd., Masson (1996).
- ¹⁵ D. Gay, *Matériaux composites*, Hermès (1987).
- ¹⁶ R. D. Adams et P. Cawley, 'A review of defect types and nondestructive testing techniques for composite and bonded joints', NDT International, vol. 21, pp 208-222 (1988).
- ¹⁷ F. Jouaillec, 'Recherche aérospatiale et réduction des coûts', Nouvelle Revue d'Aéronautique et d'Astronautique, n° 1, pp 12-13 (1997).
- ¹⁸ J. P. Marec, 'La réduction des coûts par l'innovation : interaction industrie / recherche', Nouvelle Revue d'Aéronautique et d'Astronautique, n° 6, pp 9-21 (1998).
- ¹⁹ B. Ziegler, 'Les besoins des marchés aéronautiques', Nouvelle Revue d'Aéronautique et d'Astronautique, n° 3, pp 7-9 (1997).
- ²⁰ Y. Bar-Cohen, 'NDE of fiber-reinforced composite materials - A review', Materials Evaluation, vol. 44, pp 446-454 (1986).
- ²¹ F. A. Iddings, 'Visual inspection', Materials Evaluation, vol. 56, pp 816-817 (1998).
- ²² K. Ashbee, *Fundamental Principles of Fiber Reinforced Composites*, 2nd éd., Technomic Publishing Company (1993).
- ²³ *Matériaux composites - Introduction à l'usage des ingénieurs et techniciens*, ouvrage collectif publié par la Sep, Teknea (1989).
- ²⁴ R. Halmshaw, *Non-Destructive Testing*, 2nd éd., Halmshaw (1991).
- ²⁵ W. P. Winfree, C. S. Welch, P. H. James et E. Cramer, 'Thermographic detection of delaminations in laminated structures', Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, vol. 8, pp 1657-1662 (1989).

- ²⁶ H. Tretout, 'Developments and applications of NDT Techniques for aeronautical industry through EC founded research projects', Proceedings of the 7th European Conference on Non-Destructive Testing (1998).
- ²⁷ M. Castaings et B. Hosten, 'The use of electrostatic, ultrasonic, air-coupled transducers to generate and receive Lamb waves in anisotropic, viscoelastic plates', Ultrasonics, vol. 36, pp 361-365 (1998).
- ²⁸ T. Lamarque, 'Caractérisation de délaminages par interférométrie de speckle à cisaillement avec sollicitation thermique ou mécanique', Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1998).
- ²⁹ T. P. Philippidis, V. N. Nikolaidis et A. A. Anastassopoulos, 'Damage characterization of carbon / carbon laminates using neural network techniques on AE signals', NDT&E Intern., vol. 31, pp 329-340 (1998).
- ³⁰ J. R. Huriel, 'Portable neutron radiography : is it a dream ?', Proceedings of the 6th European Conference on Non-Destructive Testing (1994).
- ³¹ Y. Bar-Cohen et P. G. Backes, 'Scanning aircraft structures using open-architecture robotic crawlers as platforms with NDT boards and sensors', Materials Evaluation, vol. 57, pp 361-366 (1999).
- ³² R. M. Measures, N. D. W. Glossop, J. Lymer, M. Leblanc, J. West, S. Dubois, W. Tsaw et R. C. Tennyson, 'Structurally integrated fiber optic damage assessment system for composite materials', Appl. Optics, vol. 28, pp 2626-2633 (1989).
- ³³ http://www.uniphase.com/corpinfo/faq_fbg.htm
- ³⁴ J. Degrieck et W. de Waele, 'Embedded optical fibre sensors for the permanent monitoring of filament wound pressure vessels', <http://www.ndt.net/article/v04n03/5/5.htm> (1999).
- ³⁵ C. S. Hong, I. B. Kwon et C. G. Kim, 'Strain and failure sensing by fiber optic Michelson sensor embedded in composite beam', Proceedings of the 3rd ICIM/ECSSM, pp 213-216 (1996).

- ³⁶ Y. Hu et S. Chen, 'Dual-wavelength operation of digital spatial domain multiplexed fibre sensor arrays for dynamic strain monitoring', Proceedings of the 3rd ICIM/ECSSM, pp 192-197 (1996).
- ³⁷ S. Ungar, *Fibres optiques ; Théorie et applications*, Dunod (1989).
- ³⁸ M. Turpin, J. Chazelas et H. Stoppiglia, 'Process-induced birefringence variations in fiber optic embedded in composite materials', Proceedings of the 1st European Conf. On Smart Structures and Materials, pp 93-96 (1992).
- ³⁹ M. Françon, *Thèmes actuels en optique*, Masson (1986).
- ⁴⁰ L. Michel, M. Labarrère, R. Gafsi, A. Malki et P. Lecoy, 'Impact detection and vibration sensing for material composite structures by integrated optic fibre sensors', Proceedings of the 3rd ICIM/ECSSM, pp 230-234 (1996).
- ⁴¹ I. Perrissin-Fabert et Y. Jayet, 'Simulated and experimental study of the electric impedance of a piezoelectric element in a viscoelastic medium', Ultrasonics, vol. 32, pp 107-112 (1994).
- ⁴² N. Saint-Pierre, Y. Jayet et J. C. Baboux, 'The piezoelectric implant method : theoretical and experimental study of the influence of inherent geometrical and bonding defects', Proceedings of the 3rd ICIM/ECSSM, pp 152-157 (1996).
- ⁴³ Y. Jayet et J. C. Baboux, 'The piezoelectric implant : its application to the in situ monitoring of materials', Proceedings of the 2nd Japan-France Seminar on Intelligent Materials and Structures, pp 72-76 (1998).
- ⁴⁴ A. Safari, V. Janas, B. Jadidian, J. French, G. Weitz, J. Luke et B. Cass, 'Incorporation of piezoelectric Pb(Zr,Ti)O₃ fibers into ceramic/polymer composites', Proceedings of the SPIE, vol. 2721, pp 240-250 (1996).
- ⁴⁵ O. Ceysson, T. Risson et M. Salvia, 'Carbon fibres : Sensor components for smart materials', Proceedings of the 3rd ICIM/ECSSM, pp 136-141 (1996).
- ⁴⁶ J. C. Abry, M. Salvia, A. Chateauinois et G. Giraud, 'In situ detection of damage in CFRP laminates by AC and DC electrical properties measurements', Proceedings of the 2nd Japan-France Seminar on Intelligent Materials and Structures, pp 104-108 (1998).

- ⁴⁷ R. S. C. Monkhouse, P. D. Wilcox et P. Cawley, 'Flexible interdigital PVDF Lamb wave transducers for the development of smart structures', *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, vol. 16A, pp 877-884 (1997).
- ⁴⁸ M. Tracy, Y. S. Roh et F. K. Chang, 'Impact damage diagnostics for composite structures using built-in sensors and actuators', *Proceedings of the 3rd ICIM/ECSSM*, pp 118-123 (1996).
- ⁴⁹ N. Guo et P. Cawley, 'The interaction of Lamb waves with delaminations in composite laminates', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 94, pp 2240-2246 (1993).
- ⁵⁰ S. I. Rokhlin, 'Diffraction of Lamb waves by a finite crack in an elastic layer', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 67, pp 1157-1165 (1980).
- ⁵¹ D. N. Alleyne et P. Cawley, 'The interaction of Lamb waves with defects', *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. 39, pp 381-396 (1992).
- ⁵² Z. Chang et A. Mal, 'Scattering of Lamb waves from a rivet hole with edge cracks', *Mechanics of Materials*, vol 31, pp 197-204 (1999).
- ⁵³ S. I. Rokhlin, 'Lamb wave interaction with lap-shear adhesive joints : Theory and experiment', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 89, pp 2758-2765 (1991).
- ⁵⁴ H. Lamb, 'Waves in elastic plates', *Proceedings of the Royal Society, London*, vol. 93, pp 114-128 (1917).
- ⁵⁵ B. A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Vol. II, 2nde éd., Krieger Fl. (1990).
- ⁵⁶ *Techniques de l'Ingénieur*, vol. E3210, p 21.
- ⁵⁷ J. D. Achenbach, 'Lamb waves as thickness vibrations superimposed on a membrane carrier wave', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 103, pp 2283-2286 (1998).
- ⁵⁸ J. D. Achenbach, 'Explicit solutions for carrier waves supporting surface waves and plate waves', *Wave Motion*, vol. 28, pp 89-97 (1998).
- ⁵⁹ L. P. Solie et B. A. Auld, 'Elastic waves in free anisotropic plates', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 54, pp 50-65 (1973).
- ⁶⁰ A. H. Nayfeh et D. E. Chimenti, 'Free wave propagation in plates of general anisotropic media', *J. Appl. Mech.*, vol. 56, pp 881-886 (1989).

- ⁶¹ J. F. Nye, *Propriétés physiques des cristaux*, Dunod (1961).
- ⁶² Y. Li et R. B. Thompson, 'Influence of anisotropy on the dispersion characteristics of guided ultrasonic plate modes', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 87, pp 1911-1931 (1990).
- ⁶³ W. T. Thomson, 'Transmission of elastic waves through a stratified solid medium', *J. Appl. Phys.*, vol. 21, pp 89-93 (1950).
- ⁶⁴ N. A. Haskell, 'Dispersion of surface waves in multilayered media', *Bull. Seism. Soc. Am.*, vol. 43, pp 17-34 (1953).
- ⁶⁵ A. H. Nayfeh, 'The general problem of elastic wave propagation in multilayered anisotropic media', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 89, pp 1521-1531 (1991).
- ⁶⁶ M. J. S. Lowe, 'Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media', *IEEE Trans. Ultrason. Ferro. Freq. Cont.*, vol. 42, pp 525-542 (1995).
- ⁶⁷ J. W. Dunkin, 'Computation of modal solutions in layered elastic media at high frequencies', *Bull. Seism. Soc. Am.*, vol. 55, pp 335-358 (1965).
- ⁶⁸ D. Lévesque et L. Piché, 'A robust transfer matrix formulation for the ultrasonic response of multilayered absorbing media', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 92, pp 452-467 (1992).
- ⁶⁹ M. Castaings et B. Hosten, 'Delta operator technique to improve the Thomson-Haskell method stability for propagation in multilayered anisotropic absorbing plates', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 95, pp 1931-1941 (1994).
- ⁷⁰ C. Potel et J. F. de Belleval, 'Acoustic propagation in anisotropic periodically multilayered media : A method to solve numerical instabilities', *J. Appl. Phys.*, vol. 74, pp 2208-2215 (1993).
- ⁷¹ C. Potel et J. F. de Belleval, 'Propagation in an anisotropic periodically multilayered medium', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 93, pp 2669-2677 (1993).
- ⁷² A. M. B. Braga et G. Herrmann, 'Floquet waves in anisotropic periodically layered composites', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 91, pp 1211-1227 (1991).
- ⁷³ L. Knopoff, 'A matrix method for elastic wave problems', *Bull. Seism. Soc. Am.*, vol. 54, pp 431-438 (1964).

- ⁷⁴ X. Jia, 'Modal analysis of Lamb wave generation in elastic plates by liquid wedge transducers', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 101, pp 834-842 (1997).
- ⁷⁵ S. P. Pelts, D. Jiao et J. L. Rose, 'A comb transducer for guided wave generation and mode selection', *IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings*, vol. 2, pp 857-860 (1996).
- ⁷⁶ W. Zhu et J. L. Rose, 'Lamb wave generation and reception with time-delay periodic linear arrays : a BEM simulation and experimental study', *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Cont.*, vol. 46, pp 654-664 (1999).
- ⁷⁷ F. L. Degertekin et B. T. Khuri-Yakub, 'Hertzian contact transducers for nondestructive evaluation', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 99, pp 299-308 (1996).
- ⁷⁸ Y. Mao, Y. Shui, Y. Ni, M. Den, Y. Li et C. Gan, 'Pure, low loss Lamb wave transducer', *IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings*, pp 687-690 (1996).
- ⁷⁹ R. B. Thompson, 'Physical principles of measurements with EMAT transducers', *Physical Acoustics*, Academic Press, New York, vol. 19, pp 157-200 (1990).
- ⁸⁰ D. A. Hutchins, D. P. Jansen et C. Edwards, 'Lamb wave tomography using non-contact transduction', *Ultrasonics*, vol. 31, pp 97-103 (1993).
- ⁸¹ B. A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Vol. I, 2nd éd., Krieger Fl. (1990).
- ⁸² M. Castaings et P. Cawley, 'The generation, propagation, and detection of Lamb waves in plates using air-coupled ultrasonics transducers', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 100, pp 3070-3077 (1996).
- ⁸³ R. Coulette, 'Caractérisation de parois minces par une source photothermique et une détection interférométrique. Application au contrôle non destructif', Thèse de doctorat, Université Paris 7 (1999).
- ⁸⁴ D. Royer et E. Dieulesaint, *Ondes élastiques dans les solides, Tome 2 : Génération, interaction acousto-optique, applications*, Masson (1999).
- ⁸⁵ R. C. Addison et A. D. W. McKie, 'Laser-based ultrasound arrays for generation and detection of narrowband, single mode Lamb waves', *IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings*, pp 1201-1204 (1994).
- ⁸⁶ R. D. Costley, Y. H. Berthelot et L. J. Jacobs, 'Fresnel arrays for the study of Lamb waves in laser ultrasonics', *J. Nondestr. Eval.*, vol. 13, pp 33-42 (1994).

- ⁸⁷ A. K. Mal, 'Wave propagation in layered composite laminates under periodic surface loads', *Wave Motion*, vol. 10, pp 257-266 (1988).
- ⁸⁸ S. P. Pelts et J. L. Rose, 'Source influence parameter on elastic guided waves in an orthotropic plate', *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 99, pp 2124-2129 (1996).
- ⁸⁹ B. Audoin et S. Guilbaud, 'Acoustic waves generated by a line source in a viscoelastic anisotropic medium', *Appl. Phys. Letters*, vol. 72, pp 774-776 (1998).
- ⁹⁰ J. L. Rose, 'A comb transducer model for guided wave NDE', *Ultrasonics*, vol. 36, pp 163-169 (1998).
- ⁹¹ M. A. Hamstad, J. Gary et A. O'Gallagher, 'Far-field acoustic emission waves by three-dimensional finite element modeling of pencil-lead break on a thick plate', *J. Acoust. Emission*, vol. 14, pp 103-114 (1996).
- ⁹² R. Ludwig, X. W. Dai et R. Palanisamy, 'Numerical modeling of electromagnetic acoustic transducer (EMAT) phenomena', *Review of Progress in QNDE*, vol. 10A, pp 845-852 (1991).
- ⁹³ J. J. Ditri et J. L. Rose, 'Excitation of guided waves in generally anisotropic layers using finite sources', *J. Appl. Mech.*, vol. 61, pp 330-338.
- ⁹⁴ F. L. Degertekin et B. T. Khuri-Yakub, 'Lamb wave excitation by Hertzian contacts with applications in NDE', *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Cont.*, vol. 44, pp 769-778 (1997).
- ⁹⁵ G. R. Liu et K. Y. Lam, 'Transient waves in a laminated composite plate to a point excitation', *Proceedings of the Twelfth ICCM* (1999).
- ⁹⁶ J. N. Decarpigny, 'Application de la méthode des éléments finis à l'étude de transducteurs piézoélectriques', Thèse de doctorat d'état, Université des Sciences et Techniques de Lille (1984).
- ⁹⁷ P. Tierce, 'Modélisation du transducteur Isabelle par la méthode des éléments finis', Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis (1985).
- ⁹⁸ J. Assaad, 'Modélisation des transducteurs piézoélectriques haute fréquence à l'aide de la méthode des éléments finis', Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis (1992).

- ⁹⁹ B. F. Hamonic, J. C. Debus et J. N. Decarpigny, 'The finite element code ATILA', Proceedings Workshop, Toulon (1990).
- ¹⁰⁰ O. C. Zienkiewicz, *The Finite Element Method*, 3^{ème} éd., McGraw-Hill New York (1977).
- ¹⁰¹ D. Boucher, 'Calcul des modes de vibration de transducteurs piézoélectriques par une méthode de perturbation appliquée à l'analyse par éléments finis', Thèse de doctorat, Université du Maine (1979).
- ¹⁰² IRE Standards on Piezoelectric Crystals, 'The piezoelectric vibrator : definitions and methods of measurement', Proc. IRE, vol. 45, pp 353-358 (1957).
- ¹⁰³ R. Holland, 'Representation of dielectric, elastic, and piezoelectric losses by complex coefficients', IEEE Trans. Sonics Ultrason., vol 14, pp 18-20 (1967).
- ¹⁰⁴ T. Lhermitte, 'Anisotropie des propriétés élastiques des composites carbone / époxy - Étude de la propagation de la dispersion et de la rétrodiffusion ultrasonores', Thèse de doctorat, Université Paris 7 (1991).
- ¹⁰⁵ S. Grondel, J. Assaad, C. Delebarre, P. Blanquet et E. Moulin, 'The propagation of Lamb waves in multilayered plates : phase velocity measurement', Meas. Sci. Technol., vol. 10, pp 348-353 (1999).
- ¹⁰⁶ N. Vasudevan et A. K. Mal, 'Response of an elastic plate to localized transient sources', J. Appl. Mech, vol. 52, pp 356-362 (1985).
- ¹⁰⁷ J. J. Ditri et J. L. Rose, 'Excitation of guided waves in generally anisotropic layers using finite sources', J. Appl. Mech., vol. 61, pp 330-338 (1994).
- ¹⁰⁸ J. Assaad, M. Ravez et C. Bruneel, 'Application of the finite-element method for modeling backed transducers', J. Acoust. Soc. Am., vol. 100, pp 3098-3103 (1996).
- ¹⁰⁹ M. A. Hamstad, J. Gary et A. O'Gallagher, 'Wideband acoustic emission displacement signals as a function of source rise-time and plate thickness', dans *Progress in Acoustic Emission IX*, Proc. Intern. AE Conf., IV-48-57 (1998).
- ¹¹⁰ K. Creath, 'Phase-shifting speckle interferometry', Applied Optics, vol. 24, pp 3053-3058 (1985).

Annexes

Annexe A - Expression des coefficients intervenant dans le calcul des relations de dispersion des ondes de Lamb

Les expressions qui vont être fournies dans cette annexe correspondent à différents termes intervenant dans les équations permettant le calcul des courbes de dispersion (section 1.2.2) et des champs acoustiques modaux (section 3.1.3).

Les termes de la matrice de Christoffel sont données par les expressions suivantes :

$$\Gamma_{mn}(\alpha) = c_{m11n} + (c_{m13n} + c_{m31n})\alpha + c_{m33n}\alpha^2$$

Les coefficients α_q sont les racines de l'équation du sixième degré suivante :

$$\alpha^6 + A_1\alpha^4 + A_2\alpha^2 + A_3 = 0$$

avec

$$A_1 = [C_{11}C_{33}C_{44} - C_{13}^2C_{44} + 2C_{13}C_{36}C_{45} - 2C_{13}C_{44}C_{55} + C_{13}C_{45}^2 - 2C_{16}C_{33}C_{45} + C_{33}C_{55}C_{66} - C_{36}^2C_{55} - (C_{33}C_{44} + C_{33}C_{55} + C_{44}C_{55} - C_{45}^2)\rho c^2]/\Delta$$

$$A_2 = [C_{11}C_{33}C_{66} - C_{11}C_{36}^2 - 2C_{11}C_{36}C_{45} + C_{11}C_{44}C_{55} - C_{11}C_{45}^2 + C_{13}^2C_{66} + 2C_{13}C_{16}C_{36} + 2C_{13}C_{16}C_{45} - 2C_{13}C_{55}C_{66} - C_{16}^2C_{33} + 2C_{16}C_{36}C_{55} - (C_{11}C_{33} + C_{11}C_{44} - C_{13}^2 - 2C_{13}C_{55} - 2C_{16}C_{45} + C_{33}C_{66} - C_{36}^2 - 2C_{36}C_{45} + C_{44}C_{55} - C_{45}^2 + C_{55}C_{66})\rho c^2 + (C_{33} + C_{44} + C_{55})\rho^2 c^4]/\Delta$$

$$A_3 = [C_{11}C_{55}C_{66} - C_{16}^2C_{55} - (C_{11}C_{55} + C_{11}C_{66} - C_{16}^2 + C_{55}C_{66})\rho c^2 + (C_{11} + C_{55} + C_{66})\rho^2 c^4 - \rho^3 c^6]/\Delta$$

$$\Delta = C_{33}C_{44}C_{55} - C_{33}C_{45}^2$$

Pour chaque onde partielle ($q = 1, \dots, 6$), les termes V_q , W_q et D_{i_q} sont donnés respectivement par :

$$V_q = \frac{K_{11}(\alpha_q)K_{23}(\alpha_q) - K_{13}(\alpha_q)K_{12}(\alpha_q)}{K_{13}(\alpha_q)K_{22}(\alpha_q) - K_{12}(\alpha_q)K_{23}(\alpha_q)}$$

$$W_q = \frac{K_{11}(\alpha_q)K_{23}(\alpha_q) - K_{12}(\alpha_q)K_{13}(\alpha_q)}{K_{12}(\alpha_q)K_{33}(\alpha_q) - K_{23}(\alpha_q)K_{13}(\alpha_q)}$$

avec $K_{mn}(\alpha) = \Gamma_{mn}(\alpha) - \rho c^2 \delta_{mn}$, et

$$D_{1q} = [C_{13} + C_{36}V_q + C_{33}\alpha_q W_q]$$

$$D_{2q} = [C_{55}(\alpha_q + W_q) + C_{45}\alpha_q V_q]$$

$$D_{3q} = [C_{45}(\alpha_q + W_q) + C_{44}\alpha_q V_q]$$

Annexe B - Définitions des matrices éléments finis

Les champs de déplacement \mathbf{u}^e et de potentiel φ^e associés à un élément à n nœuds sont donnés par les relations d'interpolation suivantes :

$$\mathbf{u}^e = [N_1^e, N_2^e, \dots, N_n^e] \mathbf{U}^e = [N_u^e] \mathbf{U}^e$$

$$\varphi^e = [N_1^e, N_2^e, \dots, N_n^e] \Phi^e = [N_\phi^e] \Phi^e$$

où \mathbf{U}^e et Φ^e sont les vecteurs des valeurs nodales des déplacements et potentiels pour l'élément e ; et $[N_i^e] = N_i^e [I_3]$, où $[I_3]$ est la matrice identité d'ordre 3. $N_1^e, N_2^e, \dots, N_n^e$ sont appelés fonctions d'interpolation.

Le champ de déformation \mathbf{S}^e et le champ électrique \mathbf{E}^e dans l'élément sont alors obtenus par les relations suivantes :

$$\mathbf{S}^e = [B_u^e] \mathbf{U}^e$$

$$\mathbf{E}^e = -[B_\phi^e] \Phi^e$$

avec

$$[B_u^e] = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_n^e}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_n^e}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1^e}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2^e}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_n^e}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_1^e}{\partial z} & \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2^e}{\partial z} & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_n^e}{\partial z} & \frac{\partial N_n^e}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & \frac{\partial N_2^e}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n^e}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_n^e}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_n^e}{\partial y} & \frac{\partial N_n^e}{\partial x} & 0 \end{pmatrix}$$

$$[B_\varphi^e] = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_3^e}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial N_n^e}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial z} & \frac{\partial N_2^e}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial N_n^e}{\partial z} \end{pmatrix}$$

L'application du principe variationnel permet alors de définir un certain nombre de matrices caractéristiques pour un élément e , de surface Ω_e :

$$[K_{uu}^e] = \iint_{\Omega_e} [B_u^e]^T \mathbf{C}^E [B_u^e] d\Omega_e ; \quad [K_{u\varphi}^e] = \iint_{\Omega_e} [B_u^e]^T \mathbf{e} [B_\varphi^e] d\Omega_e$$

$$[K_{\varphi\varphi}^e] = \iint_{\Omega_e} [B_\varphi^e]^T \boldsymbol{\varepsilon}^S [B_\varphi^e] d\Omega_e ; \quad [M^e] = \rho \iint_{\Omega_e} [N^e]^T [N^e] d\Omega_e$$

où \mathbf{C}^E est le tenseur élastique à champ électrique constant, \mathbf{e} le tenseur piézoélectrique et $\boldsymbol{\varepsilon}^S$ le tenseur diélectrique à déformations constantes. $[K_{uu}^e]$, $[K_{u\varphi}^e]$ et $[K_{\varphi\varphi}^e]$ sont appelées respectivement matrice élémentaire de rigidité mécanique, matrice élémentaire de rigidité diélectrique et matrice élémentaire de rigidité piézoélectrique. $[M^e]$ est appelée matrice élémentaire de masse cohérente.

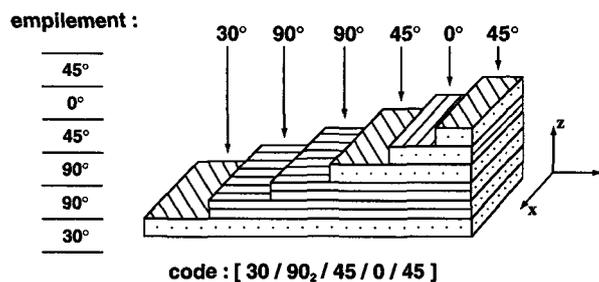
En assemblant ces matrices élémentaires, on peut définir les matrices globales correspondantes pour l'ensemble de la structure : $[K_{uu}]$, $[K_{u\varphi}]$, $[K_{\varphi\varphi}]$ et $[M]$.

Annexe C - Désignation standard des composites stratifiés

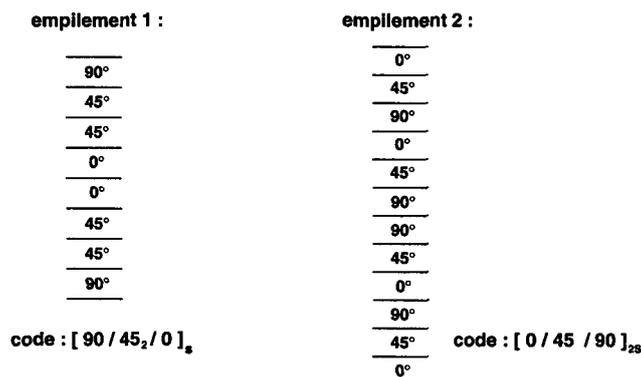
Cette petite notice explicative a été réalisée d'après l'ouvrage de J. M. Berthelot ¹⁴. La désignation des stratifiés est généralement effectuée selon le code suivant :

1. Chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degrés de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe x de référence.
2. Les couches successives sont séparées par un / si leurs angles sont différents.
3. Les couches successives de même orientation sont désignées par un indice numérique.
4. Les couches sont nommées successivement en allant d'une face à l'autre. Des crochets indiquent le début et la fin du code.

La désignation dépend du système d'axes choisi. Un exemple est donné ci-dessous :



Dans le cas où un stratifié est symétrique (lorsque son plan moyen est plan de symétrie), sa désignation ne nécessite que la moitié des couches successives. Un indice S indique alors que le stratifié est symétrique. De même, la répétition de séquences dans l'empilement du stratifié est signalée par un indice indiquant le nombre de fois où une séquence est successivement répétée. Des exemples de stratifiés symétriques et séquentiels sont donnés ci-dessous :



Annexe D - Valeurs des coefficients des tenseurs caractéristiques des matériaux considérés

a) Composite carbone / époxy (pli élémentaire)

Le repère considéré est orienté de la façon suivante : l'axe x coïncide avec la direction des fibres, et l'axe z est normal au plan du pli. Les propriétés considérées pour ce matériau sont alors :

Masse volumique : $\rho = 1600$

$$\text{Tenseur élastique : } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 14,3 \cdot 10^{10} & 0,6 \cdot 10^{10} & 0,6 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0,6 \cdot 10^{10} & 1,3 \cdot 10^{10} & 6,5 \cdot 10^9 & 0 & 0 & 0 \\ 0,6 \cdot 10^{10} & 6,5 \cdot 10^9 & 1,3 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,6 \cdot 10^9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5,7 \cdot 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5,7 \cdot 10^9 \end{pmatrix}$$

b) Céramique piézoélectrique PZT

Le repère considéré est orienté de la façon suivante : l'axe z est colinéaire à la direction de polarisation. Les propriétés considérées pour ce matériau sont alors :

Masse volumique : $\rho = 7300$

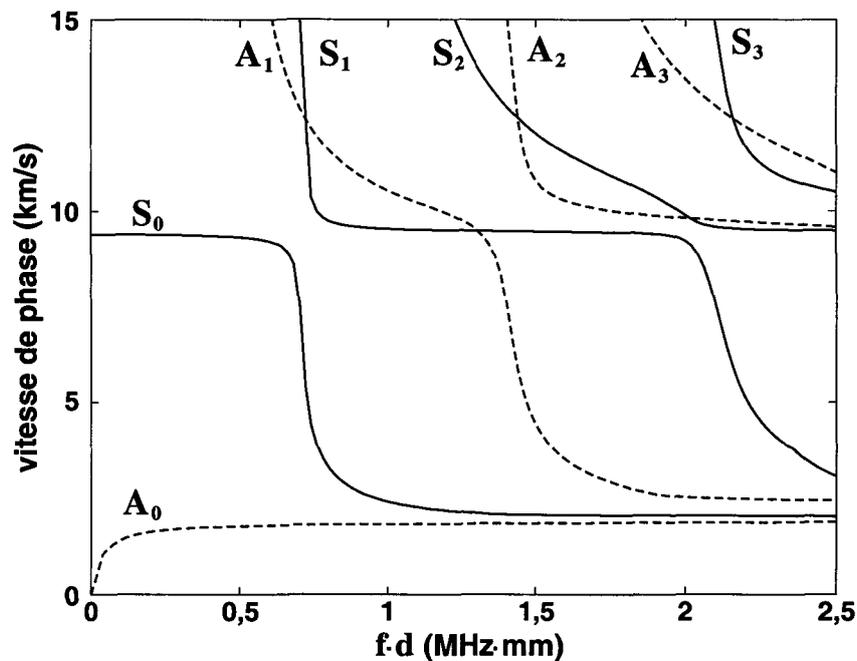
$$\text{Tenseur élastique : } \mathbf{C}^E = \begin{pmatrix} 11,9 \cdot 10^{10} & 7,5 \cdot 10^{10} & 6,5 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 7,5 \cdot 10^{10} & 11,9 \cdot 10^{10} & 6,5 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 6,5 \cdot 10^{10} & 6,5 \cdot 10^{10} & 8,6 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,9 \cdot 10^{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,9 \cdot 10^{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,2 \cdot 10^{10} \end{pmatrix}$$

$$\text{Tenseur piézoélectrique : } \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 3,6 \cdot 10^{-10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,6 \cdot 10^{-10} & 0 & 0 \\ -1,45 \cdot 10^{-10} & -1,45 \cdot 10^{-10} & 4,0 \cdot 10^{-10} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Tenseur diélectrique : } \boldsymbol{\epsilon}^S = \begin{pmatrix} 11,4 \cdot 10^{-9} & 0 & 0 \\ 0 & 11,4 \cdot 10^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & 6,73 \cdot 10^{-9} \end{pmatrix}$$

Annexe E - Courbes de dispersion d'un matériau composite carbone/époxy unidirectionnel

Les courbes de dispersion des ondes de Lamb pour un matériau composite [0₃₂], suivant la direction orientée à $\theta = 0^\circ$ (direction des fibres), sont représentées ci-dessous. Les courbes en traits pleins correspondent aux modes symétriques S_n et les courbes pointillées correspondent aux modes antisymétriques A_n .

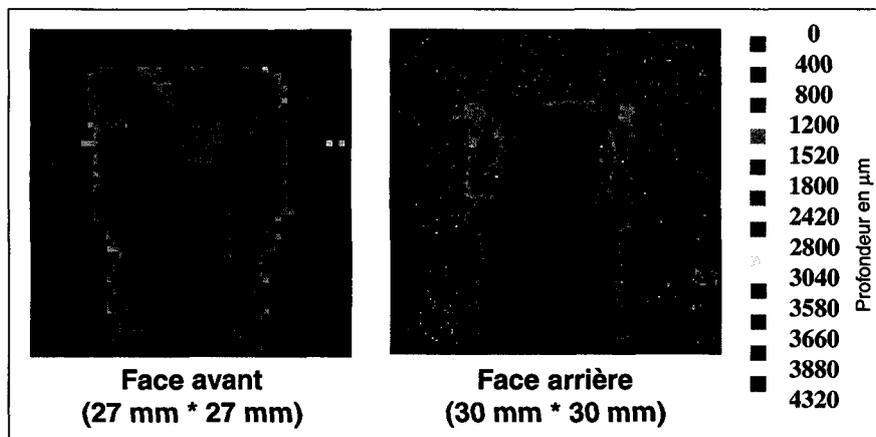


Ces courbes représentent la vitesse de phase de chaque mode, en fonction du produit fréquence - demi-épaisseur fd . Cette représentation permet de rendre ces courbes indépendantes de l'épaisseur de la plaque.

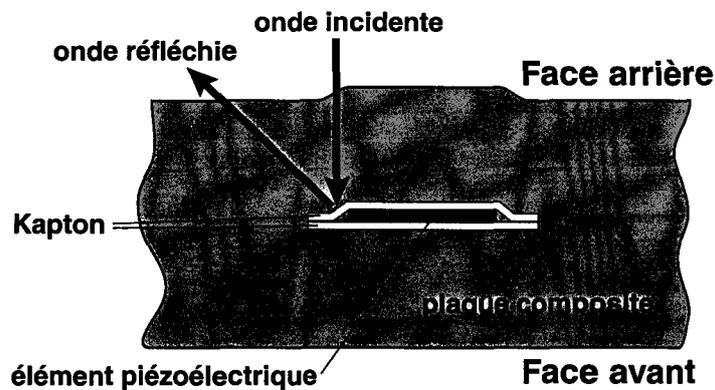
Dans les exemples présentés dans cette thèse, la fréquence de travail est fixée à 400 kHz et l'épaisseur de la plaque considérée est de 4 mm. Ces valeurs correspondent à $fd=0,8$ MHz mm et les ondes de Lamb possibles dans la plaque sont alors, d'après les courbes, A_0 (1815 m/s), S_0 (3280 m/s), S_1 (9740 m/s) et A_1 (11585 m/s).

Annexe F - Contrôle ultrasonore de l'insert piézoélectrique

Une évaluation non destructive de la zone de la plaque contenant le transducteur a été effectuée à l'ONERA. Il s'agit d'un D-scan (mesure du temps de vol) en mode émission - réception, réalisé à l'aide d'un capteur ultrasonore focalisé, à une fréquence de 25 MHz. Cette méthode permet de déterminer la profondeur des inhomogénéités dans l'épaisseur de l'échantillon. Les résultats sont représentés dans la figure ci-dessous. Les faces avant et arrière sont définies arbitrairement.



La présence de l'insert et du film de Kapton sont clairement visibles sur ces images. Aucun défaut notable n'est observé. Une interprétation possible de la présence des bandes latérales sur l'image en face arrière est la suivante :



L'insertion du transducteur semble donc avoir été correctement réalisée. L'intégrité de l'insert semble avoir été préservée et l'interface entre le composite et le film de Kapton semble être de bonne qualité. Toutefois, la présence d'une légère dissymétrie dans la structure a été mise en évidence.

Résumé

Les matériaux composites, utilisés abondamment en aéronautique, offrent des avantages certains et bien connus (faible masse volumique, bonnes propriétés mécaniques). Ils ont cependant le gros défaut d'être très sensibles aux impacts et sont susceptibles de subir des dégradations critiques du fait de leur environnement hostile. Le contrôle-santé de ces matériaux est donc d'une importance capitale. Les politiques actuelles de maintenance aéronautique imposent des contrôles réguliers qui immobilisent périodiquement les avions pendant de longues périodes. L'objectif final des recherches effectuées dans le cadre de cette thèse est donc de remplacer à terme ces périodes d'inspection par des contrôles permanents des matériaux en cours de fonctionnement normal. La solution proposée est l'utilisation de transducteurs piézoélectriques intégrés (collés en surface ou insérés).

Les ondes ultrasonores générées de cette manière, dites ondes de Lamb, sont capables de se propager sur longues distances et d'interagir avec les défauts types des structures considérées. La propagation des ondes de Lamb étant en général multimode, il apparaît que la possibilité de sélectionner les modes générés est un aspect important du problème. Or, la génération par transducteurs miniatures ne permet pas cette sélection de façon triviale. Aussi, une technique de modélisation adaptée à ce type de système a-t-elle été développée. Cette technique, exploitant une approche couplée méthode des éléments finis - développement en modes normaux, permet de prévoir les ondes de Lamb générées, en fonction des paramètres du transducteur et de la plaque.

En plus de validations numériques, les résultats expérimentaux préliminaires ont permis de vérifier la faisabilité technologique de ce type de système, et de valider en partie cette modélisation. Des exemples pratiques d'application de la méthode pour les cas du transducteur mono- et multi-élément en surface, ainsi que mono-élément inséré sont également présentés.

Mots-clés : Ondes de Lamb, Contrôle-santé, Transducteur piézoélectrique, Matériaux composites, Matériaux sensibles, Méthode des éléments finis, Développement en modes normaux, Méthode hybride.

Summary

The great advantages of composite materials, which are widely used in aeronautics, are well known (low density and very good mechanical properties). However, since they are submitted to a hostile environment and they are very sensitive to impacts, health-monitoring is a very critical issue for these materials. Current maintenance and reliability policies consist in periodic controls, which involve immobilising the planes during relatively long periods. The final objective of our research is to enable permanent in-service monitoring of materials, instead of these ground inspections. The solution proposed is the use of piezoelectric transducers integrated (surface-bonded or bulk-embedded) to the materials.

Ultrasound waves generated in this way, called Lamb waves, are able to propagate over long distances and to interact with defects in the structures. Generally, Lamb waves have a multi-modal propagation, and selection of the generated modes is an essential aspect of the problem. However, since the generation by integrated miniaturised transducers does not easily allow mode selection, an adequate modelling technique has been developed. This technique, which uses a hybrid finite element method - normal mode expansion approach, enables the determination of the generated Lamb modes as a function of the transducer and the plate parameters.

In addition to numerical validations, preliminary experimental results have enabled, on the one hand, to verify the technological feasibility of this kind of systems and, on the other hand, to contribute validating the modelling technique. Different practical examples have been treated, such as the cases of surface-bonded single and multi-element transducers, or bulk-embedded single element transducers.